

李顺才,李大权,张农,等.煤样抗压强度与弹性模量的多元回归模型[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2020,35(1):1-9. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2020.01.001
Li S C, Li D Q, Zhang N, et al. Multiple Regression Models for Compressive Strength and Elastic Modulus of Coal Samples [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2020,35(1):1-9. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2020.01.001

煤样抗压强度与弹性模量的多元回归模型

李顺才^{1,2},李大权^{3*},张农²,陈飞³,张凌雪¹

(1. 江苏师范大学 江苏理工学院,江苏 徐州 221116;
2. 中国矿业大学 煤炭资源与安全开采国家重点实验室,江苏 徐州 221116;
3. 江苏师范大学 机电学院,江苏 徐州 221116)

摘要:煤岩力学性能测试结果的离散性大,考虑力学参数的关联性,建立煤岩强度及弹性模量预测模型具有较为重要的工程意义。对来自隆德煤矿某煤层的煤样,测得其质量密度及加载前试样中的声速值,分析了二者的标准偏差及变异系数;基于不同加载速率下煤样的单轴压缩试验,综合煤样的扫描电镜(SEM)图分析了加载速率及声速值对煤样强度、压缩率及弹性模量的影响;基于最小二乘法分别建立了煤样强度极限、弹性模量关于其密度、声速值、加载速率的多元回归模型。研究表明:利用加载前测得的煤样中的声波速度、煤样密度及设定的加载速率,可由给出的回归模型较好地预测同一地质来源煤样的单轴抗压强度和弹性模量,为煤样相关的力学分析及后续其他研究提供理论参考。

关键词:煤样;单轴抗压强度;弹性模量;多元回归模型;最小二乘法;声波速度

中图分类号:TD315 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2020)01-0001-09

Multiple Regression Models for Compressive Strength and Elastic Modulus of Coal Samples

Li Shuncai^{1,2}, Li Daquan³, Zhang Nong², Chen Fei³, Zhang Lingxue¹

(1. JSNU-SPBPU Institute of Engineering, Jiangsu Normal University, Xuzhou 221116, China;
2. State Key Laboratory of Coal Resources and Safe Mining, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221116, China;
3. School of Mechanical and Electrical Engineering, Jiangsu Normal University, Xuzhou 221116, China)

Abstract: The test results of mechanical properties of coal and rock are very discrete. Considering the correlation of mechanical parameters, it is of great engineering significance to establish a prediction model of strength and elastic modulus of coal and rock. The mass density and sound velocity of samples from a certain coal seam of Longde coal mine were measured, and the standard deviation and variation coefficient of the mass density and sound velocity were analyzed. Based on the uniaxial compression test of coal samples under different loading rates, the influences of loading rate and sound velocity on the strength, compressibility and modulus of elasticity of coal samples were analyzed by combining the scanning electron microscopy microstructure diagram of coal samples. Based on the least square method, the multivariate regression models of strength limit, elastic modulus with respect to density, sound velocity and loading rate of coal samples were established. The results indicates

收稿日期:2019-04-19

基金项目:国家自然科学基金资助项目(51574228);煤炭资源与安全开采国家重点实验室开放基金资助项目(SKLCRSM19KF013);国家级大学生实践创新训练计划项目资助(201910320015z)

*通信作者,E-mail: 2844345892@qq.com

that for the coal samples from the same geological condition, their compressive strength and elastic modulus can be well predicted by the obtained regression prediction models based on sound velocity value, coal sample density measured before loading and the given loading rate, which can provide reference for the corresponding mechanical analysis to coal sample or other follow-up studies.

Keywords: coal samples; uniaxial compressive strength; modulus of elasticity; multiple regression model; least square method; sound velocity

单轴压缩试验是实验室获得煤岩抗压强度等基本力学参数的主要手段,然而,由于其内部结构及外在加载方式等多种因素的影响,煤岩试验结果的离散性很大.煤样内部的非均质性是造成煤岩破坏特征差异性的主要原因,如:宋红华^[1]引用非均质系数表示煤样内部非均质性对其单轴抗压强度的影响;刘恺德^[2]、向新益^[3]、闫月龙^[4]、侯鹏^[5]、林志红^[6]通过试验研究了层理方向、非贯通性节理、微结构等对煤岩巴西劈裂及单轴压缩特性的影响;汤友生^[7]、宋彦琦^[8]、郭富利^[9]等研究了软弱夹层对煤岩力学特性的影响.Kong^[10]和Wang^[11]的研究表明,煤岩单轴抗压强度和弹性模量随着裂缝初始数量和倾角的增大而降低.

此外,由于煤岩的声波速度是岩样内孔隙、裂隙、节理等各种缺陷的综合反应,能较好地反映岩石的综合物理性质.一些学者研究了岩石中波速与单轴抗压强度的关系,并建立了抗压强度与波速及直径等的关系^[12-14];Dehghan^[15]运用了回归和人工神经网络以声速等输入参数预测岩石的单轴抗压强度与弹性模量.在Dehghan的基础上,Matin^[16]采用随机森林方法,发现声速是预测单轴抗压强度和弹性模量最有效的变量.此外,加载速率及路径是影响煤岩力学性能的重要因素.李海涛^[17-18],Huang^[19],李彦伟^[20],薛东杰^[21]等研究了煤样抗压强度的加载速率效应.

在考虑力学参数的关联性方面,祁连光^[22]通过试验建立了单轴抗压强度关于弹性模量和天然密度之间的非线性回归模型;张春会^[23]通过102组煤样的单轴压缩与拉伸试验,表明弹性模量因数、单轴抗压强度因数和抗拉强度因数三者之间存在关联性;曹辉^[24]通过干燥与饱水岩样的力学特性试验,建立了抗压强度与弹性模量的拟合模型.

由于煤岩力学性能的离散性高,一般同一加载条件需至少做3次重复试验来得到力学参数的平均值,因而需要的岩样数量多、试验工作量大.本文综合考虑加载速率、煤岩在加载前测得的声速值、密度等因素对煤岩抗压强度的影响,以隆德煤矿煤样为例,基于密度及声速的离散性分析,通过不同加载速率下的压缩试验分别建立考虑多因素关联的煤岩单轴抗压强度及刚度的回归模型,通过建立的回归模型,根据试验前测得的煤岩中的声速值、天然密度及设定的加载速率,预测煤岩在给定加载速率下的单轴抗压强度及弹性模量.

1 试验设备与方案

1.1 试验试样与设备

将来自隆德煤矿的煤样钻取岩芯,然后统一加工为公称直径D为50 mm,高H为100 mm的圆柱形标准试样,煤样分别标记为M₁~M₉,如图1所示.测得煤样尺寸及密度ρ如表1所示,其中v_m为加载速率.



图1 试验前各煤样试件

表 1 煤样基本尺寸及加载方案

试验编号	D/mm	H/mm	$\rho/(10^3 \text{ kg/m}^3)$	$v_m/(\text{mm/min})$
M ₁	49.30	101.10	1.27	0.012
M ₂	49.32	101.00	1.27	0.016
M ₃	49.42	100.60	1.23	0.018
M ₄	49.36	99.00	1.27	0.020
M ₅	49.32	101.46	1.22	0.022
M ₆	49.22	100.76	1.27	0.024
M ₇	49.30	101.00	1.37	0.026
M ₈	49.42	100.60	1.27	0.028
M ₉	49.32	101.00	1.40	0.032

试验设备为长春科新微机控制岩石三轴试验机 SAM-2000,如图 2 所示,该试验机结合了计算机系统、全数字测控系统以及电液伺服系统.该试验机可以同步实时显示多种曲线.

声速测定采用北京软岛公司的声发射信号采集系统.其主要技术指标如下:(1)连续数据通过率大于 48 MHz.(2)以 3 MHz 采样率,同步采集八通道声发射信号.本次试验所用的触发方式全部为外部触发.其主要组成部分如下:压电陶瓷传感器、声发射信号转接线、声发射信号放大器、软岛声发射仪等,如图 2 所示.

1.2 试验方案与主要步骤

基于声速、密度及煤样的单轴压缩试验数据建立煤样单轴抗压强度及刚度的多元回归模型,研究技术路线如图 3 所示.

试验主要步骤如下:

- 1) 测量所选煤样试件的尺寸及质量,计算其质量密度;
- 2) 利用声发射仪器通过断铅试验测定煤样中的声速如图 4 所示,测得各试件中的声速值 v_s 如表 2 所示;
- 3) 将选取的试样分别按表 1 所设定的加载速率进行单轴压缩试验,采集最大轴力,计算得到煤样的单轴抗压强度,并用扫描电镜观察煤样的微观形貌;
- 4) 建立煤样单轴抗压强度、弹性模量关于加载速率、煤样中的声速值、煤样密度的多元回归预测模型.



图 2 试验设备

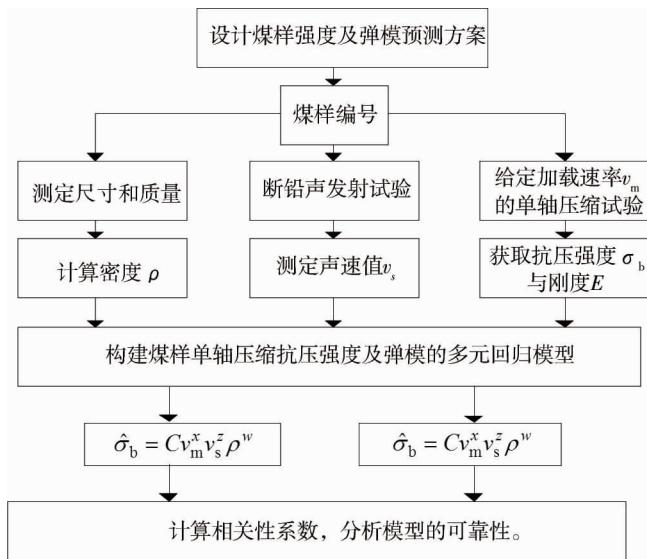


图 3 研究方案



图 4 声速测定

表2 煤样密度与声速离散性统计数据

试件	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆	M ₇	M ₈	M ₉	平均值	标准差	变异系数
密度/(10 ³ kg/m ³)	1.270	1.270	1.230	1.270	1.220	1.270	1.370	1.270	1.400	1.290	0.060	4.669
声速/(m/s)	935.00	914.00	321.00	914.00	1 693.00	834.00	1 968.00	630.00	999.00	1 023.11	507.07	49.56

2 试验结果及分析

2.1 煤样密度及声速值的离散性分析

根据表1,可得到各煤样的密度及分布如图5所示.9个岩样的质量密度有5个均为1 270 kg/m³,其他4个煤样的密度各不相同.煤样的声速值离散性更大,数值从321 m/s变化到1 968 m/s.根据表1可计算出煤样密度、声速各自的平均值 \bar{X} 和样本标准偏差 S ,并计算它们的变异系数CV,如表2所示,其中 $CV = \frac{S}{\bar{X}} \times 100\%$.得到煤样的密度及声速的变异系数为4.67%,49.57%,由于声速值是煤样内部缺陷及物理性质的综合反应,可知来自隆德煤矿同一地层的煤样其力学性能的离散性大.

2.2 煤样单轴压缩的应力-应变曲线

按照表1中设定的加载速率 v_m 对煤样进行单轴压缩试验,提取试验数据,由MATLAB软件绘制出不同加载速率下煤样的应力 σ -应变 ε 曲线如图6所示.

观察图6应力-应变曲线可以发现煤样在单轴压缩试验中的变形过程大致可分为以下4个阶段:孔隙裂隙压密阶段、弹性变形至微弹性裂隙稳定发展阶段、非稳定破裂发展阶段、破裂后阶段.

基于试验得到煤样力学性能的主要参数有峰值载荷 F_b ,抗压强度 σ_b ,弹性模量 E ,压缩率 ϕ 等.通过煤样在相应加载速率 v_m 下的载荷-位移曲线或应力-应变曲线得到各试样力学性能参数如表3所示.

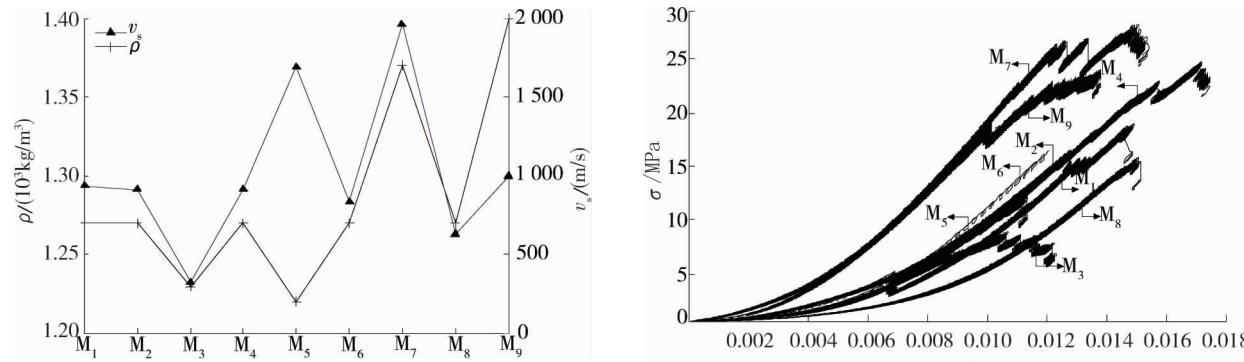


图5 煤样密度及声速分布

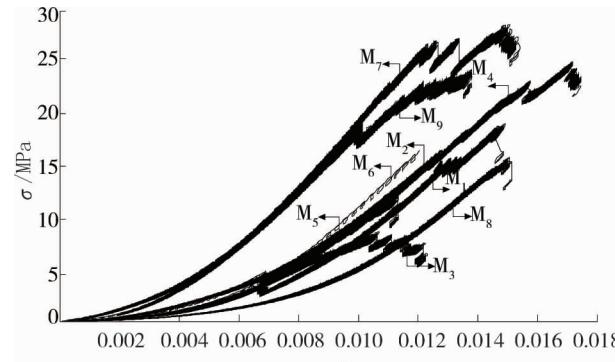


图6 煤样试件的应力-应变曲线

表3 煤样的力学性能参数

试件	v_m /(mm/min)	v_s /(m/s)	F_b /kN	σ_b /MPa	ϕ /%	E /GPa
M ₁	0.012	935	31.95	16.27	1.49	1.80
M ₂	0.016	914	27.65	14.08	1.28	1.02
M ₃	0.018	321	14.47	7.37	1.23	0.78
M ₄	0.020	914	41.90	21.34	1.75	1.69
M ₅	0.022	1 693	20.36	10.37	1.13	1.59
M ₆	0.024	834	27.59	14.05	1.20	1.90
M ₇	0.026	1 968	47.87	24.38	1.54	2.74
M ₈	0.028	630	26.46	13.48	1.51	1.45
M ₉	0.032	999	40.61	20.68	1.39	2.34

2.3 单轴压缩试验后的煤样及SEM图

煤是典型的脆性材料,单轴加载压缩后煤样破坏崩裂,试验结束后的煤样如图7所示.

1)在试件M₁,M₃,M₇煤样中,煤样的破坏形式为单斜面剪切破坏,加载过程中,试件的一侧先破裂

崩落.

- 2) 试件 M₂ 从中间劈裂破坏, 表面有裂隙, 但裂隙沿轴线方向并未贯通.
- 3) 试件 M₄~M₆ 这 3 个煤样呈 X 状共轭斜面剪切破坏. 斜面倾角近似 45°.
- 4) 试件 M₈ 煤样劈裂破坏, 破坏后形成了平行于加载方向的贯通裂隙.
- 5) 试件 M₉ 破坏比较严重, 在轴线两端及侧面都有破坏面.

试验中试样 M₁~M₉ 的加载速率是逐渐变大的, 由试验后的煤样破裂图可知, 加载速率大的 M₈ 和 M₉ 煤样其破坏的程度也较显著.

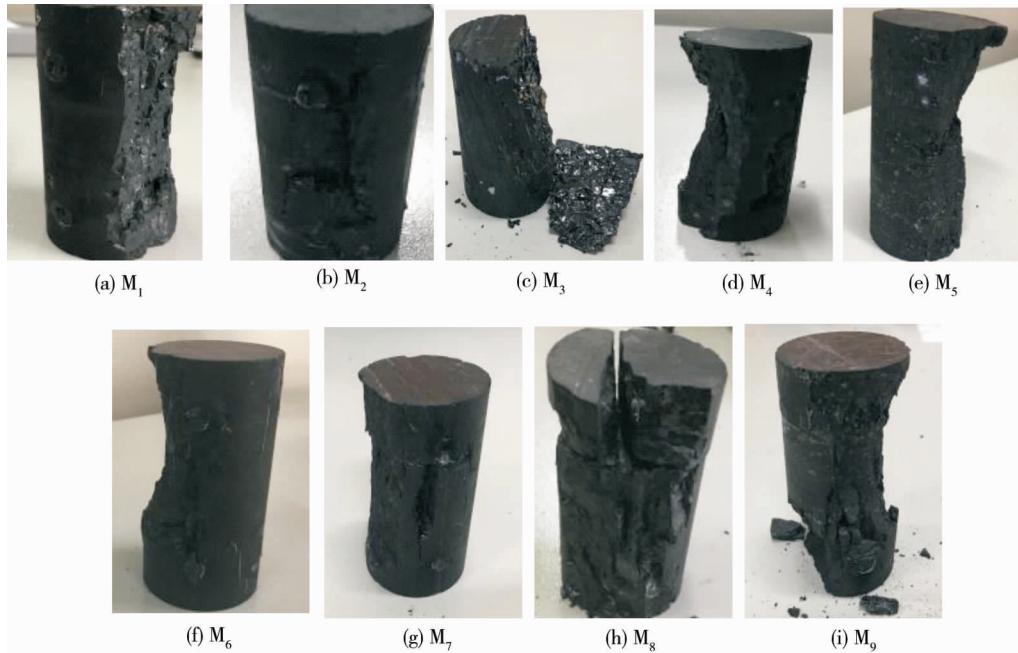


图 7 煤样试验破裂

由于煤岩具有明显的非均质性, 其内部有众多的孔洞、裂隙和其他杂质, 煤样在外荷载的作用下发生破坏, 实质上是煤样内部缺陷的产生、扩大进而贯通的过程, 故可对煤进行微观形貌分析, 以便更好地分析煤的宏观力学特性. 图 8 给出了煤样在加载破坏后碎屑通过 JSM-6510 扫描电子显微镜得到的 SEM 图.

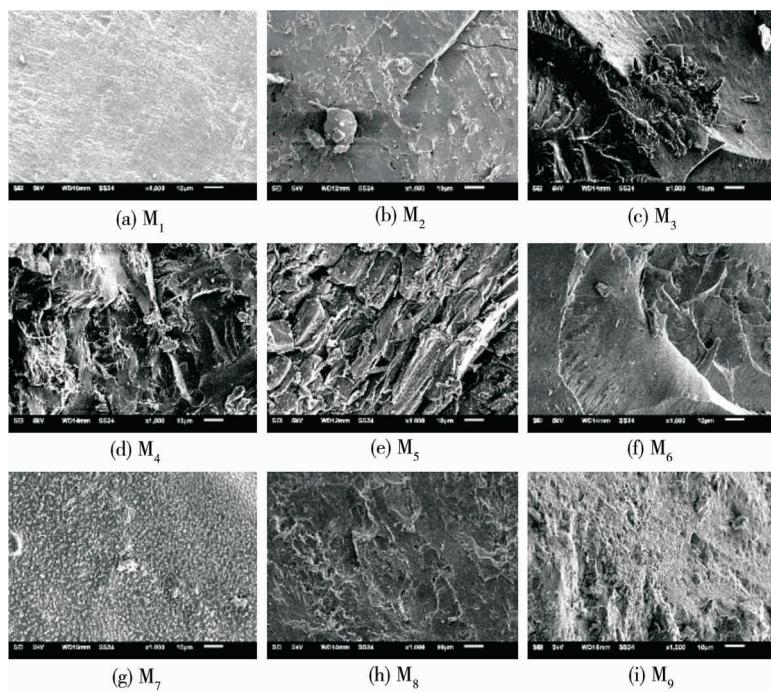


图 8 煤样加载后碎屑的微观结构

在 M_2 之后的试样试验结束后破坏明显,但是试件 M_7 在加载后主体较为完好,结合微观图可知 M_7 孔洞很少,在该局部微观图中没有明显的裂隙,说明试件 M_7 均质性较好,抗压强度和刚度也比较高.而试件 M_3 虽然加载速率不大,但它在加载前声速最小、密度较小,从微观图中可以观察到 M_3 裂隙较多,破碎后棱角非常明显,相比于其他试件裂隙开度很大,所以相对其他煤样其加载破坏程度也显著.

2.4 加载速率及声速值对煤样力学特性的影响

根据表 3 可绘制各煤样在相应加载速率下的单轴抗压强度与压缩率曲线如图 9 所示.可知煤样试件的抗压强度 σ_b 与压缩率 ϕ 随着加载速率并非单调增加或减少.总体来说,抗压强度与压缩率呈现正相关性,抗压强度大的试样压缩率也大;在中等加载速率下抗压强度 σ_b 与压缩率 ϕ 都相对较大.

图 10 和图 11 给出了各试样的声速值 v_s 与抗压强度 σ_b 及弹性模量 E 的对比曲线.根据图 10 和图 11 可知,总体来看,煤样中声速值大的试样其抗压强度、弹性模量也高(M_5 与 M_6 例外), M_7 试样的声速值最大,其抗压强度、弹性模量也最高, M_3 试样的声速值最低,其抗压强度、弹性模量也最低.说明强度、刚度与声速之间表现出较强的正相关性.

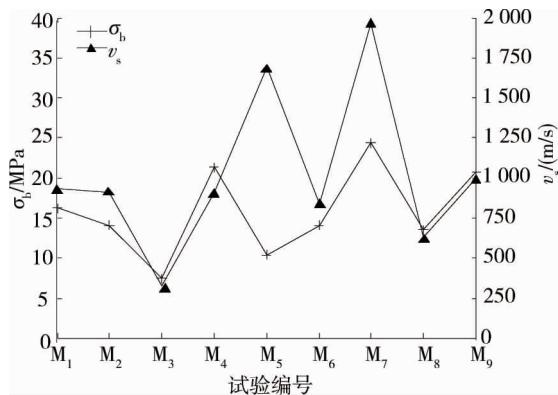


图 10 各煤样 σ_b 与 v_s 对比曲线

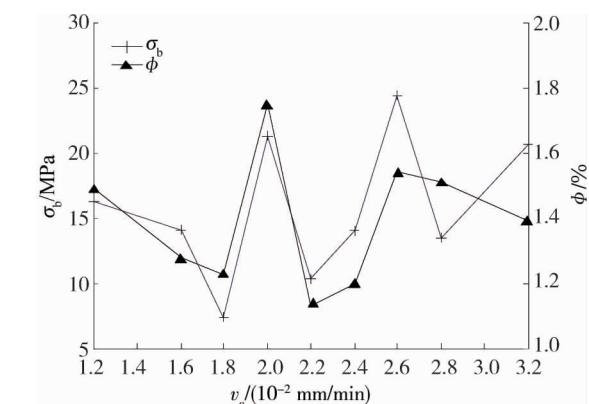


图 9 不同加载速率下 σ_b 与 ϕ 变化曲线

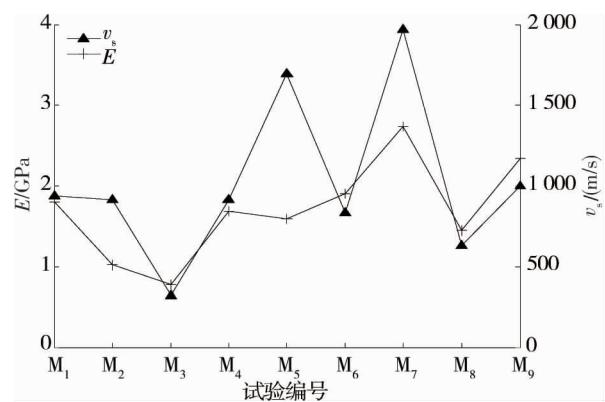


图 11 各煤样的 E 与 v_s 对比曲线

3 煤样强度及刚度的多元回归模型

根据试验可知,加载速率、煤样密度及煤样中的声速值均会影响煤样的力学性能.根据表 2 和表 3,可分别建立煤的抗压强度、弹性模量关于加载速率、声速值和煤样密度的拟合模型,基于最小二乘法建立多元回归模型,其中回归模型的自变量为加载速率、煤样中的声速值及煤样密度,回归目标变量为煤样的单轴抗压强度和弹性模量.以强度预测回归模型为例,设:

$$\hat{\sigma}_b = Cv_m^x v_s^z \rho^w. \quad (1)$$

式中: v_m 为加载速率; v_s 为声发射标定的声速; ρ 为煤样的密度; $\hat{\sigma}_b$ 为煤样单轴抗压强度的拟合值; C, x, z, w 是待定参数.

对式(1)两端取对数,得到式(2).

$$\ln \hat{\sigma}_b = \ln C + x \ln v_m + z \ln v_s + w \ln \rho. \quad (2)$$

令各次试验中实测的抗压强度值为 σ_{bi} ($i=1, 2, \dots, 9$),得到抗压强度拟合值与实测值的对数差为

$$\ln \hat{\sigma}_b - \ln \sigma_{bi} = \ln C + x \ln v_{mi} + z \ln v_{si} + w \ln \rho_i - \ln \sigma_{bi}. \quad (3)$$

由最小二乘法,计算式(3)中误差的总平方和,如式(4).

$$\sum_{i=1}^9 (\ln C + x \ln v_{mi} + z \ln v_{si} + w \ln \rho_i - \ln \sigma_{bi})^2. \quad (4)$$

$$\text{令 } \Pi = \sum_{i=1}^9 (\ln C + x \ln v_{mi} + z \ln v_{si} + w \ln \rho_i - \ln \sigma_{bi})^2, \ln C = \eta.$$

根据

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial z} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial w} = 0, \frac{\partial \Pi}{\partial \eta} = 0,$$

得到4个方程,利用试验所得 σ_b, E 及加载速率、声速值、质量密度值,通过MATLAB软件求解方程组,解出未知参数 x, z, w, η ,进而得到模型中待定参数 x, z, w, C 的值,最终得到 σ_b 关于加载速率、煤样材料声速值及煤样密度的多元回归拟合模型,如式(5).

$$\hat{\sigma}_b = 0.220 3v_m^{-0.245} 3v_s^{0.256} 2\rho^{6.075} 4. \quad (5)$$

同理,可以拟合得到煤样弹性模量多元回归模型,如式(6).

$$\hat{E} = 0.070 8v_m^{0.148} 5v_s^{0.406} 1\rho^{3.679} 5. \quad (6)$$

式中: \hat{E} 为煤样弹性模量的拟合值.

将试验中各试件的加载速率、煤样材料声速值及煤样密度分别代入式(5)与式(6)中,计算得到各试样抗压强度、弹性模量的拟合值 $\hat{\sigma}_b$ 及 \hat{E} ,详细数据见表4.

表4 煤样抗压强度与弹性模量拟合值

试件	$v_m / (\text{mm/min})$	$v_s / (\text{m/s})$	$\rho / (10^3 \text{ kg/m}^3)$	$\hat{\sigma}_b / \text{MPa}$	\hat{E} / GPa
M ₁	0.012	935	1.27	16.07	1.42
M ₂	0.016	914	1.27	14.89	1.47
M ₃	0.018	321	1.23	9.11	0.87
M ₄	0.020	914	1.27	14.09	1.52
M ₅	0.022	1 693	1.22	12.63	1.71
M ₆	0.024	834	1.27	13.17	1.51
M ₇	0.026	1 968	1.37	25.49	2.86
M ₈	0.028	630	1.27	11.80	1.38
M ₉	0.032	999	1.40	23.23	2.42

然后将抗压强度拟合值与实测值进行比较,并计算二者相关性系数,分析其模型的合理性.再由MATLAB编程求得对应的相关性系数R及相关性为零的概率P.经运算所得值为

$$R=0.85, P=0.004.$$

同理,将煤样弹性模量的拟合值与实测值进行比较,计算其相关性系数R和相关性为零的概率P.

$$R=0.90, P=0.001.$$

煤样单轴抗压强度拟合值与试验值的对比曲线,弹性模量拟合值与试验值的对比曲线,如图12和图13所示.

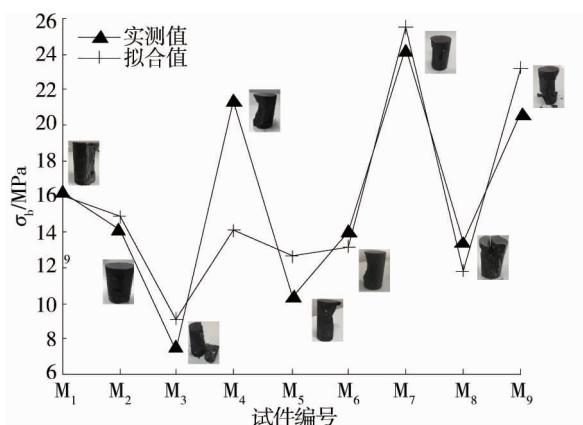


图12 煤样强度实测值与拟合值对比曲线

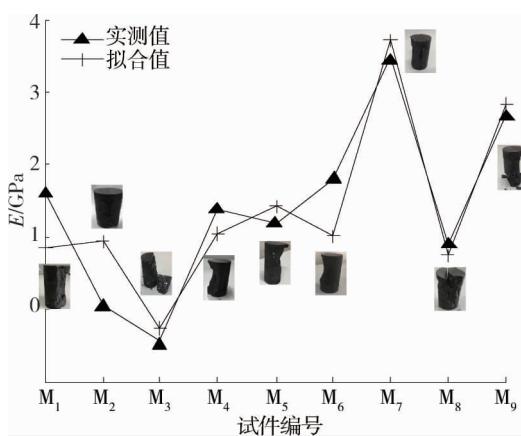


图 13 煤样弹性模量实测值与拟合值对比曲线

由相关性系数可知,煤样抗压强度和弹性模量拟合值与试验值之间的相关性系数均高于 0.85,因而可以判断回归模型的可靠性较高.

由此可知,利用压缩试验前测得的煤样中的声速值、煤样密度及设定的加载速率即可预测同一地质来源的煤样在给定加载速率下的单轴抗压强度和弹性模量.

4 结论

- 1) 以隆德煤矿某煤层的煤样为例,分析了其密度及声速值的标准偏差及变异系数,其声速值的变异系数为 49.6%,该变异系数表明煤样力学性能的离散性大;
- 2) 抗压强度与压缩率的变化呈现正相关性;强度极限、弹性模量与声速值之间具有正相关性.中等加载速率下煤岩的强度极限、弹性模量最高.
- 3) 基于最小二乘法分别建立了煤样强度极限、弹性模量关于其密度、声速值、加载速率的多元回归模型,相关性系数均大于 0.85.研究表明:利用压缩试验前测得的煤样中的声速值、煤样密度及设定的加载速率,可以较好地预测同一地质来源的煤样在给定加载速率下的单轴抗压强度和弹性模量.

参考文献:

- [1] 宋红华,赵毅鑫,姜耀东,等.单轴受压条件下煤岩非均质性对其破坏特征的影响[J].煤炭学报,2017,42(12):3125-3132.
- [2] 刘恺德,刘泉声,朱元广,等.考虑层理方向效应煤岩巴西劈裂及单轴压缩试验研究[J].岩石力学与工程学报,2013,32(2):308-316.
- [3] 向新益.非贯穿性节理对岩体单轴抗压强度的影响[J].人民黄河,2015,37(2):119-122.
- [4] 同月龙,徐涛,任思玉,等.节理产状对岩石单轴抗压强度的影响研究[J].地下空间与工程学报,2016,12(4):897-903.
- [5] 侯鹏,高峰,杨玉贵,等.考虑层理影响页岩巴西劈裂及声发射试验研究[J].岩土力学,2016,37(6):1603-1612.
- [6] 林志红,项伟,张云明.湘西红砂岩基本物理指标和微结构参数对其强度影响的试验研究[J].岩石力学与工程学报,2010,29(1):124-133.
- [7] 汤友生,姚海林,廖阳,等.软弱夹层倾角对煤系砂岩物理力学特性的影响研究[J].矿业研究与开发,2018,38(8):51-55.
- [8] 宋彦琦,李名,刘江,等.含不同倾角天然软弱夹层的大理岩破坏试验[J].中国矿业大学学报,2015,44(4):623-629.
- [9] 郭富利,张顶立,苏洁,等.软弱夹层引起围岩系统强度变化的试验研究[J].岩土工程学报,2009,31(5):720-726.
- [10] Kong X, Wang E, He X, et al. Mechanical characteristics and dynamic damage evolution mechanism of coal samples in

- compressive loading experiments [J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 210: 160–169.
- [11] Wang Y, Tang J, Dai Z, et al. Experimental study on mechanical properties and failure modes of low-strength rock samples containing different fissures under uniaxial compression[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 197: 1–20.
- [12] Jamshidi A, Nikudel M R, Khamehchiyan M, et al. The effect of specimen diameter size on uniaxial compressive strength, P-wave velocity and the correlation between them[J]. Geomechanics & Geoengineering, 2015, 11(1): 13–19.
- [13] Shahri A A, Larsson S, Johansson F. Updated relations for the uniaxial compressive strength of marlstones based on P-wave velocity and point load index test[J]. Innovative Infrastructure Solutions, 2016, 1(1): 1–7.
- [14] Armaghani D J, Mohamad E T, Hajihassani M, et al. Application of several non-linear prediction tools for estimating uniaxial compressive strength of granitic rocks and comparison of their performances[J]. Engineering with Computers, 2016, 32(2): 1–18.
- [15] Dehghan S, Sattari G, Chelgani S C, et al. Prediction of uniaxial compressive strength and modulus of elasticity for travertine samples using regression and artificial neural networks[J]. Mining Science and Technology (China), 2010, 20(1): 41–46.
- [16] Matin S S, Farahzadi L, Makaremi S, et al. Variable selection and prediction of uniaxial compressive strength and modulus of elasticity by random forest[J]. Applied Soft Computing, 2017, 70: 980–987.
- [17] 李海涛, 蒋春祥, 姜耀东, 等. 加载速率对煤样力学行为影响的试验研究[J]. 中国矿业大学学报, 2015, 44(3): 430–436.
- [18] 李海涛. 加载速率效应影响下煤的冲击特性评价方法及应用[D]. 北京: 中国矿业大学(北京), 2014.
- [19] Huang B, Liu J. The effect of loading rate on the behavior of samples composed of coal and rock[J]. International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, 2013, 61: 23–30.
- [20] 李彦伟, 姜耀东, 杨英明, 等. 煤单轴抗压强度特性的加载速率效应研究[J]. 采矿与安全工程学报, 2016, 33(4): 754–760.
- [21] 薛东杰, 周宏伟, 王子辉, 等. 不同加载速率下煤岩采动力学响应及破坏机制[J]. 煤炭学报, 2016, 41(3): 595–602.
- [22] 祁连光, 杨科, 陆伟, 等. 煤系地层岩石单轴抗压强度统计分析[J]. 煤炭科学技术, 2013, 41(2): 100–103.
- [23] 张春会, 赵全胜, 于永江. 考虑力学参数关联的非均质煤概率模型[J]. 岩土力学, 2011, 32(2): 564–570.
- [24] 曹辉, 杨小聪, 解联库, 等. 某矿岩石力学特性及力学参数相关性研究[J]. 中国矿业, 2010, 19(7): 84–87.