Vol.37 No.1 n) Mar. 2022

杨城健,李白雅,王锦涛,等. 基于分数阶滑模转速控制器的永磁同步电机矢量控制[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2022, 37(1):51-59. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.01.008

YANG C J, LI B Y, WANG J T, et al. Vector Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Fractional Order Sliding Mode Speed Controller [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 37(1):51– 59. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.01.008

基于分数阶滑模转速控制器的 永磁同步电机矢量控制

杨城健,李白雅*,王锦涛,封志鹏,张宇祥

(湖南科技大学信息与电气工程学院,湖南湘潭411201)

摘 要:传统滑模控制方法在永磁同步电机控制中应用广泛,但该方法存在超调量大、抗干扰能力弱、抖振较大等问题,针 对这些问题,提出了一种分数阶滑模控制方法,运用该方法设计分数阶滑模转速控制器.首先,设计分数阶滑模面;其次,在 传统趋近率的基础上引入分数阶理论,提出一种新型分数阶趋近率,该新型趋近率是将幂次趋近率与分数阶微积分相结 合,且应用分段型指数函数代替趋近率中的符号函数;然后,由 Lyapunov 证明了该趋近率渐进收敛.此外,设计了负载转矩 观测器,并将观测值引入控制器中.最后,通过 Simulink 对该控制系统进行仿真验证,仿真结果表明:该方法能有效解决传统 滑模控制中存在的问题,具有抖振小、控制精度高等优点.

关键词:永磁同步电机;滑模控制;分数阶;幂次趋近率

中图分类号:TM341 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2022)01-0051-09

Vector Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Fractional Order Sliding Mode Speed Controller

YANG Chengjian, LI Baiya, WANG Jingtao, FENG Zhipeng, ZHANG Yuxiang

(School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: The traditional sliding mode control method is widely used in the control of permanent magnet synchronous motors, but it has the problems of large overshoot, weak anti – interference ability, and large chattering. aiming to the these problems, a fractional sliding mode control method is proposed, and a fractional sliding mode speed controller is designed. Firstly, the fractional sliding mode surface is designed; secondly, the fractional order theory is introduced on the basis of the traditional approach rate, and a new fractional order approach rate is proposed, which is the combination of power approach rate and fractional calculus, and a piecewise exponential function is used to replace the sign function in the approach rate. And then, the Lyapunov is used to prove that the approach rate gradually converges. In addition, a load torque observer is designed to introduce the observed value into the controller. Finally, the control system is simulated and verified by the Simulink. The simulation results show that the method can effectively solve the problems in traditional sliding mode control, and it has the advantages of small chattering and high control accuracy.

Keywords: PMSM; sliding mode control; fractional order; power approach rate

收稿日期:2020-05-18

^{*}通信作者,E-mail: 380311779@ qq.com

永磁同步电机(Permanent Magnet Synchronous Motor, PMSM)具有结构简单、体积较小、稳定性高等优 点^[1],但其存在非线性、多耦合等特点,随着工业生产对于 PMSM 控制精度要求提高,需要广大专家、学者 不断改进其控制方法.目前,有许多控制算法已经应用于 PMSM,其中,滑模控制算法由于简单易实现被广 泛应用于 PMSM,是一种高性能的控制方法.虽然滑模控制优点众多,但其也有不足,如滑模控制将会带来 系统抖振^[2-5].

目前,国内外学者针对 PMSM 调速系统提出了许多控制方法.其中,文献[6]设计了一种新型趋近率, 该方法能削弱系统抖振,抑制系统超调量,但并不能完全消除超调量;文献[7]采用了前馈补偿的方式,同 样抑制了抖振,且超调小,但是仍存在超调量;文献[8]通过改进滑模指数趋近率,相比传统滑模控制,降 低了超调量以及抑制了扰动,但超调量仍有 0.2%左右;文献[9]提出动态分数阶滑模法和设计了负载观 测器,减少了系统抖振和超调量,使系统动态性能提高;文献[10]设计一种非线性分数阶 PID 滑模面,设 计了扩张状态观测器进行外部干扰补偿,该方法可行、有效且鲁棒性强;文献[11]引入了新型双幂次趋近 律,建立 PMSM 反馈线性化滑模控制系统,该控制系统跟踪能力好,抗干扰能力强.

本文在研究 PMSM 滑模控制的基础上,结合分数阶理论,设计了分数阶滑模转速控制器,由于控制器 中存在负载转矩这一变量,针对该问题设计负载转矩观测器,并将观测值融入控制器中,最终将该分数阶 滑模控制方法与传统滑模控制法进行仿真对比研究,仿真结果表明该方法可行、有效.

1 分数阶基础理论

分数阶微积分相比于整数阶微积分研究的范围更广,其阶数包括整数和分数.因此,分数阶微积分算 子具有更大的自由度,通常表示为

$${}_{a}D_{\iota}^{\lambda} = \begin{cases} d^{\lambda}/d t^{\lambda}, \operatorname{Re}(\lambda) > 0; \\ 1, \operatorname{Re}(\lambda) = 0; \\ \int_{a}^{\iota} (d\tau)^{-\lambda}, \operatorname{Re}(\lambda) < 0. \end{cases}$$
(1)

式中: $_{a}D_{t}^{\lambda}$ 为分数阶微积分操作算子^[12-14]; λ 为其分数阶阶次; Re(λ)为其实部; t和 a为微积分的上下限,通常 a = 0.

分数阶微积分理论有以下2种常用定义.

定义1:Grunwald-Letnikov(G-L型)分数阶微积分定义为

$${}_{a}D_{t}^{\lambda}f(t) = \lim_{h \to 0} h^{-\lambda} \sum_{j=0}^{(t-a)/h} (-1)^{j} {\binom{\lambda}{j}} f(t-jh).$$
⁽²⁾

式中: [(t-a)/h]为取 (t-a)/h 的整数部分; h 为计算步长; $\binom{\lambda}{i}$ 的表达式为

$$\binom{\lambda}{j} = \frac{\lambda(\lambda-1)(\lambda-2)\cdots(\lambda-j+1)}{j!} = \frac{\lambda!}{j! \ (\lambda-j)!}.$$
(3)

定义2:Riemann-Liouville(R-L型)分数阶微积分定义为

$${}_{a}D_{\iota}^{\lambda}f(t) = \frac{1}{\Gamma(n-\lambda)} \frac{\mathrm{d}^{n}}{\mathrm{d}t^{n}} \int_{a}^{t} \frac{f(\tau)}{(t-\tau)^{\lambda-n+1}} \mathrm{d}\tau.$$

$$\tag{4}$$

式中: λ 为任意实数, $n - 1 \leq \lambda < n$; $\Gamma(\cdot)$ 为欧拉的 Gamma 函数.

对于 G-L 型定义下的 Laplace 变换为

$$L\{D^{\lambda}f(t)\} = s^{\lambda}F(s).$$
⁽⁵⁾

由式(5)可知,分数阶微积分可以灵活的变换,且自由度更大.如果选择适当的阶次,则系统的控制性能将得到进一步改善,本文选用 oustaloup 滤波法对分数阶微积分进行展开^[15-16].

2 分数阶滑模转速控制器的设计

$$J\frac{\mathrm{d}\omega_{\mathrm{m}}}{\mathrm{d}t} = T_{\mathrm{e}} - T_{\mathrm{L}} - B\omega_{\mathrm{m}}.$$
(6)

电磁转矩方程为

$$T_{\rm e} = \frac{3}{2} p_{\rm n} i_q \psi_{\rm f}. \tag{7}$$

式中: J为转动惯量; ω_{m} 为机械角速度; T_{e} 为电磁转矩; T_{L} 为负载转矩; B为阻尼系数; p_{n} 为极对数; i_{q} 为定子电流 q 轴分量; ψ_{f} 为永磁体磁链.

定义 PMSM 控制系统的状态变量:

$$x = \omega_{\rm ref} - \omega_{\rm m}. \tag{8}$$

式中:ω_{ref}为PMSM 参考转速.

设系统阻尼系数 B = 0, 对式(8) 求导,结合式(6),则有

$$\dot{x} = -\dot{\omega}_{\rm m} = \frac{1}{J} (T_{\rm L} - \frac{3}{2} p_{\rm n} \psi_{\rm f} i_q).$$
⁽⁹⁾

本文设计的分数阶滑模面如式(10)所示.

$$s = cx + D^{-\alpha}x. \tag{10}$$

式中: c为滑模面参数, c>0; α 为分数阶积分的阶数, $0 < \alpha < 1$.

当系统到达滑模面s=0后,有

$$D^{-\alpha}x = -cx. \tag{11}$$

经变换后

$$D^{\alpha}x = -\frac{1}{c}x.$$
(12)

根据稳定性判据的充要条件

$$\arg(-\frac{1}{c}) = \pi > \frac{\alpha \pi}{2}.$$
(13)

则可证明本文设计的分数阶滑模面是稳定、可行的.

滑模趋近率决定了滑模运动的品质,通过研究分数阶微积分理论,结合传统的幂次趋近率,设计了新型分数阶幂次趋近率^[17-18],其表达式为

$$\dot{s} = -k \left| s \right|^l D^u \operatorname{sgn} s - qs - D^\beta s.$$
(14)

式中: $k > 0, 0 < l < 1, 0 < u < 1, q > 0, 0 < \beta < 1$.

趋近率中传统符号函数 sgn s 是系统抖振的一大因素,采用分段指数型函数^[19]代替传统的符号函数 sgn(s). 其表达式为

$$y(s) = \begin{cases} 1, s \ge a; \\ \frac{1}{a^2} s^2, 0 \le s < a; \\ -\frac{1}{a^2} s^2, -a < s < 0; \\ -1, s \le -a. \end{cases}$$
(15)

式中: a 为边界层厚度, a > 0. 即趋近率的表达式为

$$\dot{s} = -k |s|^l D^u y(s) - qs - D^\beta s.$$
 (16)

利用 Lyapunov 函数 $V = \frac{1}{2}s^2$ 对本文提出的新型分数阶幂次趋近率进行稳定性判断.对 $V = \frac{1}{2}s^2$ 求导,

则有

$$\dot{V} = -ks |s|^l D^u \text{sgn } s - qs^2 - D^\beta s^2.$$
(17)

根据 $k > 0, 0 < l < 1, 0 < u < 1, q > 0, 0 < \beta < 1$ 等条件,易证明:

当 s > 0 时,有 $-ks|s|^{l} < 0$,而 D^{u} sgn s > 0,则 $-ks|s|^{l}D^{u}$ sgn s < 0,且 $-qs^{2} - D^{\beta}s^{2} < 0$,所以,当 s > 0 时, $\dot{V} < 0$.

当 s < 0 时,有 $-ks |s|^{l} > 0, D^{u}$ sgn s < 0,所以 $-ks |s|^{l}D^{u}$ sgn s < 0,且 $-qs^{2} - D^{\beta}s^{2} < 0$,所以s < 0时, $\dot{V} < 0$.

同理,易证明:

$$\dot{V} = -ks \left| s \right|^{l} D^{u} y(s) - qs^{2} - D^{\beta} s^{2} < 0.$$
(18)

综上所述,根据 Lyapunov 稳定性理论,除 *s* = 0 外的任何状态,恒有 *V* < 0,故该新型分数阶幂次趋近 率满足滑模运动可达性要求且是渐进稳定的.

对式(10)求导,结合式(9)和式(16),可得q轴的参考电流方程为

$$i_{q}^{*} = \frac{1}{A} \left[\frac{1}{c} (k | s |^{l} D^{u} y(s) + qs + D^{\beta} s + D^{1-\alpha} x) + \frac{T_{L}}{J} \right].$$
(19)

其中,

$$A = \frac{3p_{\rm n}\psi_{\rm f}}{2J}.$$

3 负载转矩观测器的设计

由式(19)可知, q 轴的参考电流方程中包含着负载转矩 T_L, 不易直接测量, 需要设计负载转矩观测器, 通过观测器将观测值引入控制器中, 这种方法不仅解决了该问题, 且增强了系统的动态性能.

在一个采样周期内,负载转矩的变化频率远小于控制器的采样频率,所以可认为是一个恒定值,即 $\frac{dT_{L}}{dt} = 0$. (21)

结合电机的机械运动方程,以 ω_m 和 T_L 为状态变量, T_e 为输入,y为电机机械角速度,建立系统状态方程如式(22)所示.

$$\begin{cases} \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} T_{\mathrm{L}} \\ \omega_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\mathrm{L}} \\ \omega_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} T_{\mathrm{e}}; \\ y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} T_{\mathrm{L}} \\ \omega_{\mathrm{m}} \end{bmatrix}. \end{cases}$$
(22)

构建的负载转矩观测器状态方程如式(23)所示.

$$\begin{cases} \frac{1}{dt} \begin{bmatrix} A \\ T_{L} \\ A \\ \omega_{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ T_{L} \\ A \\ \omega_{m} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \end{bmatrix} T_{e} + \begin{bmatrix} k_{1} \\ k_{2} \end{bmatrix} (y - \hat{y}); \\ \begin{cases} A \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ T_{L} \\ A \\ \omega_{m} \end{bmatrix}. \end{cases}$$
(23)

٨

式中: k1,k2 为反馈增益系数.观测器误差方程为

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \begin{bmatrix} \stackrel{\wedge}{T}_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{L}} \\ \stackrel{\wedge}{\omega_{\mathrm{m}}} - \omega_{\mathrm{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{J} \\ -\frac{B}{J} - k_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \stackrel{\wedge}{T}_{\mathrm{L}} - T_{\mathrm{L}} \\ \stackrel{\wedge}{\omega_{\mathrm{m}}} - \omega_{\mathrm{m}} \end{bmatrix}.$$
(24)

令
$$N = \begin{bmatrix} -\frac{1}{J} \\ -\frac{B}{J} - k_2 \end{bmatrix}$$
, 则观测器特征方程为

$$\det[\lambda I - N] = \lambda^{2} + (\frac{B}{J} + k_{2})\lambda - \frac{k_{1}}{J} = 0.$$
(25)

定义系统期望极点为 a_1 和 a_2 ,则

$$\begin{cases} k_1 = -Ja_1a_2; \\ k_2 = -a_1 - a_2 - \frac{B}{J}. \end{cases}$$
(26)

结合式(23)可设计出负载转矩观测器方程为

$$\begin{cases} \frac{dT_{\rm L}}{dt} = k_1 (\omega_{\rm m} - \overset{\wedge}{\omega_{\rm m}}); \\ \frac{d}{dt} \frac{\omega_{\rm m}}{dt} = \frac{T_{\rm e} - \overset{\wedge}{T_{\rm L}} - B \overset{\wedge}{\omega_{\rm m}}}{J} + k_2 (\omega_{\rm m} - \overset{\wedge}{\omega_{\rm m}}). \end{cases}$$
(27)

负载转矩观测器模型如图1所示.



图1 负载转矩观测器模型

4 仿真验证与分析

基于 Simulink 搭建如图 2 所示的仿真模型,采用 $i_d = 0$ 磁场定向控制法,仿真中 PMSM 的参数设置:极 对数 $p_n = 4$,定子电感 $L_s = 8.2$ mH,定子电阻 $R = 2.875 \Omega$,磁链 $\psi_f = 0.175$ Wb,转动惯量 J = 0.003 kg·m², 阻尼系数 B = 0 N·m·s. 仿真条件设置:直流侧电压 $U_{DC} = 311$ V, PWM 开关频率设置为 $f_{pwm} = 10$ kHz,采 样时间设置 $T_s = 10^{-5}$ s,采用变步长 ode23tb 算法,仿真时间设置为 0.4 s,初始给定转速为 1 000 r/min,在 t = 0.15 s 处突加负载转矩 $T_L = 10$ N·m,系统转速在 t = 0.25 s 处突降为 800 r/min,此外,分段指数型函数 中边界层厚度 a = 0.8,在分数阶趋近率中 $u \ \pi \beta$ 的取值与系统的抗扰动能力、抖振大小、响应速度等性能 相关,滑模面中 α 的取值与系统的抗扰动能力相关,该仿真系统中 α 取 0.7.

图 3 将给定转矩与观测转矩做了波形对比,图 4 将传统滑模控制和本文提出的分数阶滑模控制的转

速波形做了对比.由图 4 可知:传统滑模控制启动时超调量较大,达到了 30%以上,而本文采用的分数阶滑 模控制方法极大地降低了系统超调量.图 5 是 PMSM 启动时刻转速放大对比图,由图 5 可知:基于分数阶 滑模控制系统启动时达到最大转速为 1 001 r/min,超调量约 0.1%,且分数阶滑模控制系统响应速度较 快,响应时间约为 0.015 s,系统能短时间内恢复稳定.且在 PMSM 启动后不会造成较大的转速跌落,而传 统滑模控制系统的响应时间约为 0.06 s,该方法还将造成系统转速跌落.



图 2 基于分数阶滑模转速控制器的 PMSM 矢量控制仿真模型



图 3 给定转矩与观测转矩输出曲线对比



图4 SMC 和 FOISMC 两种控制方法电机转速对比



图 5 PMSM 启动时刻转速放大对比

图 6 是 PMSM 受扰动时,系统转速波动对比图.由图 6 可知:在基于分数阶滑模控制系统中,当系统受 到外界干扰时,转速跌落较小,转速最大跌落至 979.7 r/min,且系统能于 0.16 s 左右恢复稳定.而在基于 传统滑模控制系统中,系统受负载扰动影响较大,转速跌落较大,转速最大跌落至 893 r/min,需要在 0.2 s 左右才能恢复稳定,显然,本文采用的分数阶滑模控制法具有更好的抗扰动能力.图 7 是加入负载后电机 稳态转速局部放大对比图,由二者波形图可知,本文提出的分数阶滑模控制法抑制了系统抖振,减小了系 统的稳态速度波动.



图7 受扰动后电机稳态转速局部放大对比

图 8 是 PMSM 给定转速下降时,使用 2 种方法下的转速波形对比图.仿真设置了 0.25 s 将转速从 1 000 r/min突降为 800 r/min,从图 8 中可表明,当 PMSM 转速突降时,传统滑模控制会出现转速回落的情况, 且在0.3 s左右才能恢复稳定.而本文采用的分数阶滑模控制系统在给定转速下降后,没有出现转速回落现象,

且可以在 0.256 s 时恢复系统稳定.显然,本文设计的分数滑动速度控制器在调节电机速度时是快速且稳定的.图 9 是给定转速下降后电机稳态转速局部放大对比图,本文提出的分数阶滑模控制转速波动更小.





图9 给定转速下降后电机稳态转速局部放大对比

图 10 和图 11 是基于 SMC 和基于 FOISMC 的电磁转矩变化曲线,通过二者对比可知,PMSM 转速达到 1 000 r/min 预设转速时,其电磁转矩 T_e理应回落至 0 N·m,但基于传统滑模控制系统的电磁转矩回落速 度较慢,并且还会回落至 0 N·m 以下,本文提出分数阶滑模控制法能使电磁转矩在更短的时间内降至 0 N·m,且曲线不会降至 0 N·m 以下,其次,该方法能使其电磁转矩波动更小.



图 10 基于 SMC 的 PMSM 电磁转矩变化曲线



5 结论

1)提出了一种分数阶滑模控制方法,该方法结合了分数阶微积分算子及分段型指数函数,对系统的 滑模趋近率进行改进,设计了分数阶滑模控制器,并对整个系统进行了仿真验证.

2) 仿真结果表明,相比普通滑模控制,该方法能够有效地抑制抖振,加快系统响应速度,提高系统整体控制性能.该方法是可行的,为今后永磁同步电机在滑模控制领域的研究提供新的思路.

参考文献:

- [1] 郑美茹,王圣,王丰,等.基于分数阶次符号函数的永磁同步电机滑模控制技术[J].电工技术学报, 20 17,32(9):56-62.
- [2] 柯希彪,郭琳,袁训锋,等-基于新型积分自适应滑模控制策略的永磁同步电机控制[J].电机与控制应用,2019,46(11):20-24.
- [3] 王辉航,赵朝会,万东灵,等.基于非奇异快速终端滑模的永磁同步电机转速和电流控制[J].电机与控制应用,2018,45 (11):28-33.
- [4] 郭小定,柏达,周少武,等.一种新型趋近律的永磁同步电机滑模控制[J].控制工程,2018,25(10):1865-1870.
- [5] Jiang D, Yu W, Wang J N, et al. A Speed Disturbance Control Method Based on Sliding Mode Control of Permanent Magnet Synchronous Linear Motor[J]. IEEE Access, 2019, 7: 82424-82433.
- [6] 欧阳凡,陈林.永磁同步电机新型趋近律滑模变结构控制[J].自动化与仪表,2018,33(12):16-20.
- [7] 陆梦羽,于挺,张旭秀,等.基于负载转矩补偿的永磁同步电机滑模控制[J].大连交通大学学报,2018,39 (5):103-106.
- [8] 王毅波,曹宽,李彪.一种改进型指数趋近律的永磁同步电机滑模控制[J].微电机,2019,52(12):81-84.
- [9] 缪仲翠,韩天亮,党建武,等.带负载观测的感应电机动态分数阶滑模控制[J].太阳能学报,20 19,40(2):404-411.
- [10] Gao P, Zhang G, Ouyang H, et al. An Adaptive Super Twisting Nonlinear Fractional Order PID Sliding Mode Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Speed Regulation System Based on Extended State Observer[J]. IEEE Access, 2020, 8: 53498-53510.
- [11] 侯孝涵,杨兴华,杨喜军,等.基于新型趋近律的 PMSM 反馈线性化滑模控制[J].微电机,2019,52(12):45-48.
- [12] Li W, Du Z, Wang W, et al. Composite Fractional Order Sliding Mode Control of Permanent Magnet Synchronous Motor Based on Disturbance Observer[C]// 2019 Chinese Automation Congress (CAC). IEEE, 2019: 4012–4016.
- [13] 何克胜,王英.基于分数阶趋近律的永磁同步电机滑模控制[J].变频器世界,2018(11):79-81.
- [14] 刘超.永磁同步电机调速系统分数阶积分滑模控制策略研究[D].南京:南京理工大学,2017.
- [15] Yang Y, Chen Y, Chu Y, et al. Fractional order adaptive sliding mode controller for permanent magnet synchronous motor [C]// 2016 35th Control Conference. IEEE, 2016: 3412-3416.
- [16] 倪禛霖.永磁同步电机的分数阶滑模变结构控制技术[D]. 镇江: 江苏大学,2019.
- [17] Zaihidee F M, Mekhilef S, Mubin M. Application of Fractional Order Sliding Mode Control for Speed Control of Permanent Magnet Synchronous Motor[J]. IEEE Access, 2019, 7: 101765-101774.
- [18] Xia C, Li S, Cui Y, et al. Research on permanent magnet synchronous motor based on fractional order fuzzy sliding mode control[C]// 2017 Chinese Automation Congress (CAC). IEEE, 2017: 4123-4127.
- [19] 张立伟,李行,宋佩佩,等.基于新型滑模观测器的永磁同步电机无传感器矢量控制系统[J].电工技术学报,2019,34 (s1):70-78.