

具有互异节点的非线性耦合复杂网络的同步

黄毅¹, 蔡永裕², 胡二琴¹

(1. 湖北工业大学 理学院, 湖北 武汉 430068; 2. 湖南科技大学 数学与计算科学学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要:针对具有互异节点的非线性耦合复杂网络的同步问题, 基于稳定性和矩阵理论, 采用补偿控制, 通过低维线性矩阵不等式(LMIs)给出了所提出的网络同步的充分条件. 并且把结论推广到具有相似节点的非线性复杂网络的同步问题. 最后, 给出的数值实例表明了所提出的控制方案的有效性.

关键词:复杂网络的同步; 互异节点; 非线性耦合

中图分类号: O415.5

文献标识码: A

文章编号: 1672-9102(2013)04-0069-05

在过去的几十年中, 许多研究人员越来越关注复杂网络在许多领域的应用, 如通信安全, 物理, 生物, 化学, 人类社会, 等等. 复杂网络中的同步问题, 因为可以解释现实世界的许多现象, 从而得到了更多的关注. 许多现有的研究结果认为, 在一个复杂的网络中, 每个节点具有相同的动态. 关于相似节点的这个假设, 使得分析网络更容易. 具有相同节点的复杂网络同步方案, 已经有人进行了一些研究^[1-2]. 然而, 研究具有互异节点的复杂网络的同步控制, 也是必要的, 因为现有的关于具有相同节点的相关理论将不再起作用. 目前已经发表的一些成果中, 讨论具有互异节点的复杂网络同步的研究并不多见. 假设网络所有节点可分为一些区, 并且在同一个区中的节点具有相同的动态, 在这种假设下, 研究了具有互异节点复杂网络的聚类同步^[3-4]. 在一些研究中, 推广了主稳定函数方法, 并基于解决一系列低维矩阵不等式和标量不平等, 对具有互异节点复杂网络的渐近同步进行了讨论^[5]; 他们还基于多 V - Lyapunov 方法讨论了具有互异节点的复杂网络的

稳定性^[6]; 研究了具有互异节点时滞动态复杂网络的指数同步^[7]; 基于 Lyapunov 和 Lyapunov - Krasovskii 泛方法, 得到了具有互异节点的不确定时滞动态复杂网络的一致性^[8]; 结合自适应脉冲方案, 对具有互异节点和随机扰动的复杂网络的全局指数同步进行了研究^[9].

另一方面, 大多数现有的著作都假设, 复杂网络节点的状态变量是线性耦合的, 但在许多实际情况下, 这是不可能的, 很少有著作研究非线性耦合网络, 通过将非线性耦合函数投影为线性, 给出了非线性耦合的复杂网络同步的一些准则^[10], 采用分散式自适应控制器, 研究了非线性耦合节点的复杂时滞动态网络的同步^[11], 利用微分方程的不变性原理, 对非线性耦合动态网络的同步条件进行了研究^[12]. 但是, 所有的节点都被认为是在相同的或相同的几个区.

出于上述的讨论, 但采用不同的形式, 研究同时具有非线性耦合拓扑结构和互异节点的复杂网络的同步. 通过 Lyapunov 稳定性理论和不等式技巧, 考

收稿日期: 2013-04-04

基金项目: 湖北省教育厅科研项目(Q20131405)

通信作者: 黄毅(1977-), 男, 湖北宜昌人, 硕士, 副教授, 主要从事应用数学、数理统计研究. E-mail: opportunity500@163.com

虑外耦合矩阵的对称性,受比较原理启发,在一些低维线性矩阵不等式形式下,得到了一些准则,然后在2种特殊的情况下推广了获得的结论,发现对所提出的网络同步的外耦合矩阵的效应取决于其对角元素,而不是所有的元素.

在本文的符号中,用 \mathbf{I} 表示适当阶的单位矩阵,矩阵 \mathbf{A} (向量 v) 的转置表示为 \mathbf{A}^T (v^T), $\mathbf{A} > 0$ ($\mathbf{A} < 0$) 表示矩阵 \mathbf{A} 是正(负)定的.

1 问题的提出和预备知识

考虑一类具有互异节点的非线性耦合复杂网络.第 i 个节点可以由以下微分方程描述

$$\dot{x}_i = \mathbf{A}_i x_i(t) + \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma g(x_j(t)), i = 1, 2, \dots, N. \quad (1)$$

式中, $\dot{x}_i(t) = (x_{i1}(t), x_{i2}(t), \dots, x_{in}(t))^T \in \mathbf{R}^n \oplus$ 是在时间 t 第 i 个节点的状态向量; N 是一个整数,表示节点的数目;耦合函数 $g: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}^n$ 都是连续可微的非线性函数.在本文中,总是假设 $g \neq 0$. $\Gamma = \text{diag}(r_1, r_2, \dots, r_n)$, $r_i \geq 0, 1 \leq i \leq n$, 表示内耦合矩阵.在式(1)中, $\mathbf{B} = (b_{ij})_{n \times n}$ 表示外耦合矩阵,为对称矩阵,其元素含义:如果有从节点 i 到 j 节点的连接 ($i \neq j$), $b_{ij} > 0$; 否则 $b_{ij} = 0$ ($i \neq j$). \mathbf{B} 的对角线上的元素被定义为 $b_{ii} = - \sum_{i \neq j} b_{ij}$.

在本文中,选择参考节点作为所有孤立节点的平均状态,即

$$\dot{s} = \frac{\sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i s(t)}{N} = \mathbf{A} s(t)$$

这里, $\mathbf{A} = \frac{1}{N} (\sum_{i=1}^N \mathbf{A}_i)$, 可以定义误差变量 $e_i = x_i - s, i = 1, 2, \dots, N$.

定义1 复杂网络动态网络被认为是同步的,若

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \|e_i(t)\| = 0, i = 1, 2, \dots, N,$$

这意味着网络中的节点都与参照动态状态 s 是完全同步的.

这里的目的是为网络式(1)设计控制器,实现同步.式(1)的控制网络可以写为

$$\dot{x}_i = \mathbf{A}_i x_i(t) + \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma g(x_j(t)) + u_i, i = 1, 2, \dots, N. \quad (2)$$

式中, $g(x_j) = (g_1(x_j), g_2(x_j), \dots, g_n(x_j))^T, g_k: \mathbf{R}^n \rightarrow \mathbf{R}, k = 1, 2, \dots, n$.

引理1 如果 X 和 Y 是相同维数的实向量,那么

$$2X^T Y = X^T Y + Y^T X \leq X^T X + Y^T Y.$$

证明 根据 $\|X - Y\|^2 \geq 0$, 引理1的结果很容易推导.

引理2^[26] (Schur complement) 若 $\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}$ 是适当维数的矩阵,那么下面的不等式是等价的:

- 1) $\begin{bmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{B} \\ \mathbf{B}^T & \mathbf{C} \end{bmatrix} < 0$;
- 2) $\mathbf{A} < 0$ 且 $\mathbf{C} - \mathbf{B}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{B} < 0$;
- 3) $\mathbf{C} < 0$ 且 $\mathbf{A} - \mathbf{B} \mathbf{C}^{-1} \mathbf{B}^T < 0$.

记 g 关于 x_i 的雅可比矩阵为

$$\frac{Dg}{Dx_i} = \begin{pmatrix} \frac{\partial g_1}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial g_1}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_1}{\partial x_{in}} \\ \frac{\partial g_2}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial g_2}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_2}{\partial x_{in}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial g_n}{\partial x_{i1}} & \frac{\partial g_n}{\partial x_{i2}} & \dots & \frac{\partial g_n}{\partial x_{in}} \end{pmatrix},$$

从而

$$\left(\frac{Dg}{Dx_i} \right)^T \Gamma = \begin{pmatrix} r_1 \frac{\partial g_1}{\partial x_{i1}} & r_2 \frac{\partial g_2}{\partial x_{i1}} & \dots & r_n \frac{\partial g_n}{\partial x_{i1}} \\ r_1 \frac{\partial g_1}{\partial x_{i2}} & r_2 \frac{\partial g_2}{\partial x_{i2}} & \dots & r_n \frac{\partial g_n}{\partial x_{i2}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_1 \frac{\partial g_1}{\partial x_{in}} & r_2 \frac{\partial g_2}{\partial x_{in}} & \dots & r_n \frac{\partial g_n}{\partial x_{in}} \end{pmatrix} \triangleq \mathbf{G}_i,$$

记 \mathbf{G}_i 的最大奇异值为 σ_i . 显然,对 $g \neq 0$ 有 $\sigma_i > 0$.

2 主要结果

在本节中,讨论了具有互异节点的非线性耦合复杂网络的渐近同步,并给出网络同步的判据.

式(2)的误差网络是

$$\dot{e}_i = \mathbf{A}_i e_i(t) + (\mathbf{A} - \mathbf{A}_i) s + \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma [g(x_j(t)) - g(s(t))] + u_i, i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

令

$$u_i = -(\mathbf{A}_i - \mathbf{A}) s. \quad (4)$$

则受控误差网络式(4)可改写为

$$\dot{e}_i = \mathbf{A}_i e_i(t) + \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma [g(x_j(t)) - g(s(t))], \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

定理1 如果存在正定矩阵 $\mathbf{P}_i, i = 1, 2, \dots, N$, 满足

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i & 2b_{ii} \sqrt{\sigma_i} \mathbf{P}_i \\ 2b_{ii} \sqrt{\sigma_i} \mathbf{P}_i & 2b_{ii} \sigma_i \mathbf{I} \end{pmatrix} < 0. \quad (6)$$

则复杂网络式(2)在控制方案式(4)下实现同步。

证明 选择 Lyapunov 候选函数

$$\mathbf{V}(t) = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \mathbf{P}_i e_i(t),$$

对 $\mathbf{V}(t)$ 沿式(5)求关于时间的导数,得到

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t) &= \sum_{i=1}^N (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \dot{e}_i(t) + \dot{e}_i^T(t) \mathbf{P}_i e_i(t)) = \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) + \sum_{i=1}^N [e_i^T(t) \mathbf{P}_i \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma (g(x_j(t)) - \\ & g(s(t))) + \sum_{j=1}^N b_{ij} (g(x_j(t)) - g(s(t)))^T \Gamma \mathbf{P}_i e_i(t)] \leq \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) + \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} [e_i^T(t) \mathbf{P}_i \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right) + \\ & \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right)^T \Gamma \mathbf{P}_i e_i(t)] \leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N |b_{ij}| (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right)). \end{aligned}$$

由于 $b_{ij} \geq 0 (i \neq j)$, 所以下面的不等式成立

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(x(t)) &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) + \\ & \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j(t) \right) - \\ & 2b_{ii} (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)). \end{aligned}$$

这里, $\eta_j = s + \beta_j(x_j - s), \beta_j \in [0, 1]$.

注意到 $\sum_{j=1}^N b_{ij} = 0$, 得到

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} e_i^T \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i = 0,$$

由于矩阵 \mathbf{B} 是对称的, 故 $\sum_{i=1}^N b_{ij} = 0$, 于是有

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N b_{ij} \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_j)}{Dx_j} e_j \right) = 0.$$

从式(6)和引理2, 有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(t) &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) - 2b_{ii} (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + \\ & \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)) = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \\ & \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i - 2b_{ii} \mathbf{P}_i^2) e_i(t) - 2b_{ii} e_i^T(t) \mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i e_i(t) \leq \\ & \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i - 2b_{ii} \mathbf{P}_i^2) e_i(t) - 2b_{ii} \sigma_i e_i^T(t) e_i(t) \\ & = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) [\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i - 2b_{ii} \mathbf{P}_i^2 - 2b_{ii} \sigma_i \mathbf{I}] e_i(t) < 0. \end{aligned}$$

这就得到了误差系统式(5)的渐近稳定性, 进而受控复杂网络式(2)达到同步。

如果 $\mathbf{A}_i = \mathbf{A}$, 那么复杂网络式(1)成为如下的具有相同节点的网络:

$$\dot{x}_i = \mathbf{A} x_i(t) + \sum_{j=1}^N b_{ij} \Gamma g(x_j(t)), \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (7)$$

从定理1, 很容易得出以下推论。

推论1 若

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_i \mathbf{A} + \mathbf{A}^T \mathbf{P}_i & 2b_{ii} \sqrt{\sigma_i} \mathbf{P}_i \\ 2b_{ii} \sqrt{\sigma_i} \mathbf{P}_i & 2b_{ii} \sigma_i \mathbf{I} \end{pmatrix} < 0. \quad (8)$$

则复杂网络式(7)可以实现同步。

现在, 假设非线性函数 g 具有如下形式:

$$g(x_j) = (g_1(x_j^1), g_2(x_j^2), \dots, g_n(x_j^n))^T, \quad g_k: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}, \quad k = 1, 2, \dots, n. \quad (9)$$

则 $\frac{Dg}{Dx_i} = \text{diag}(\frac{dg_1}{dx_{i1}}, \frac{dg_2}{dx_{i2}}, \dots, \frac{dg_n}{dx_{in}})$ 是对角矩阵, 因此

$$\mathbf{G}_i = \left(\frac{Dg}{Dx_i} \right)^T \Gamma = \text{diag}(r_1 \frac{dg_1}{dx_{i1}}, r_2 \frac{dg_2}{dx_{i2}}, \dots, r_n \frac{dg_n}{dx_{in}}).$$

推论2 假设在复杂网络式(1)中的非线性函数 g 被定义为式(9), 且 $g_i, i = 1, 2, \dots, n$ 是有界的, 即存在常数 l_i , 使得 $|g_i| \leq l_i, i = 1, 2, \dots, n$, 则复杂网络式(2)控制方案式(4)下实现同步。

$$\begin{pmatrix} \mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i - 2b_{ii} (\text{diag}(r_1^2 l_1^2, r_2^2 l_2^2, \dots, r_n^2 l_n^2)) & 2b_{ii} \mathbf{P}_i \\ 2b_{ii} \mathbf{P}_i & 2b_{ii} \mathbf{I} \end{pmatrix} < 0. \quad (10)$$

证明 与定理1相同, 选择 Lyapunov 候选函数

$$\mathbf{V}(t) = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) \mathbf{P}_i e_i(t),$$

从式(10)和引理2, 有

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{V}}(x(t)) &\leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) - 2b_{ii} (e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + \\ & \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)^T \Gamma \left(\frac{Dg(\eta_i)}{Dx_i} e_i(t) \right)) = \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \end{aligned}$$

$$\mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i) e_i(t) - 2b_{ii}(e_i^T(t) \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i e_i(t) + e_i^T(t) \mathbf{G}_i^T \mathbf{G}_i e_i(t)) \leq \sum_{i=1}^N e_i^T(t) (\mathbf{P}_i \mathbf{A}_i + \mathbf{A}_i^T \mathbf{P}_i - 2b_{ii} \mathbf{P}_i \mathbf{P}_i - 2b_{ii} (\text{diag}(r_1 l_1^2, r_2 l_2^2, \dots, r_n l_n^2))) e_i(t) < 0.$$

因此,受控复杂网络式(2)达到同步.

备注1 如果 $g(x) = x$,那么复杂网络式(2)成为一个线性网络,推论2中的结果也成立.

3 数值仿真

考虑以下具有对称耦合矩阵的动态网络

$$\dot{x}_i = \mathbf{A}_i x_i + \sum_{j=1}^3 b_{ij} \mathbf{\Gamma} g(x_j),$$

式中

$$\mathbf{A}_1 = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}, \mathbf{A}_2 = \begin{pmatrix} -2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{A}_3 = \begin{pmatrix} -3 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{B} = \begin{pmatrix} -0.2 & 0.2 & 0 \\ 0.2 & -0.3 & 0.1 \\ 0 & 0.1 & -0.1 \end{pmatrix}$$

$$g(x_i) = (\sin x_{i1} + \sin 2x_{i2} \quad \cos x_{i2})^T, i = 1, 2, 3, \mathbf{\Gamma} = \mathbf{I}.$$

可以得出 $\sigma_i < 6, i = 1, 2, 3$, 可以选择 $\mathbf{P} = \mathbf{I}$, 是线性矩阵不等式(6)成立. 根据定理1,可知,复杂网络式(1)可以在控制器式(4)的条件下同步. 仿真中,选择了一个具有3个不同动态的二维节点的复杂网络,并且节点间的内部耦合函数是非线性的,从图中可以看出,2个分量都很迅速的达到了同步. 仿真结果如图1和图2所示.

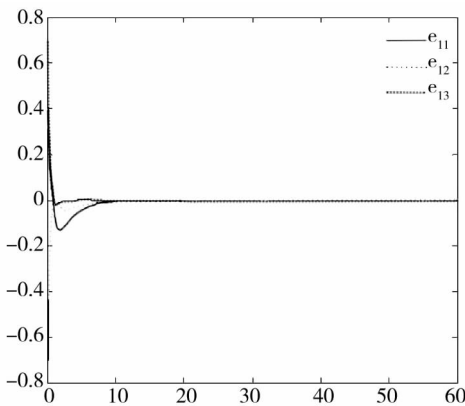


图1 第一个分量的同步偏差

Fig. 1 Synchronization error of the first component

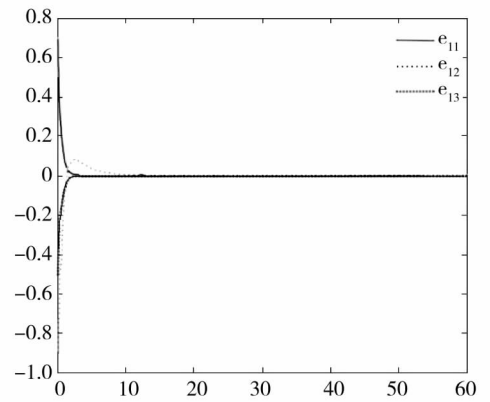


图2 第二个分量的同步偏差

Fig. 2 Synchronization error of the second component

4 结论

对具有互异节点的非线性耦合复杂网络的同步进行了研究. 利用 Lyapunov 稳定性理论和不等式技巧,在分散补偿控制的条件下通过低维线性矩阵不等式(LMIs)得到了所给网络同步的充分条件. 并且把结论推广到了具有相似节点的非线性复杂网络的同步问题. 发现外耦合矩阵对所提出的网络同步的影响取决于其对角元素,而不是所有的元素. 仿真实例说明了所提出的同步方案的可行性和有效性.

参考文献:

- [1] DeLellis P, diBernardo M, Garofalo F. Novel decentralized adaptive strategies for the synchronization of complex networks [J]. Automatica, 2009, 45(5): 1312 - 1318.
- [2] Guan Z H, Liu Z W, Feng G, et al. Synchronization of complex dynamical networks with time - varying delays via impulsive distributed control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I, 2010, 57(8): 2182 - 2195.
- [3] Wu J S, Jiao L C, Chen G R. Cluster synchronization in a network of non - identical dynamic systems [J]. Chinese Physics B, 2011, 20(6): 060503 - 1 - 060503 - 11.
- [4] Wang Y L, Cao J D. Cluster synchronization in nonlinearly coupled delayed networks of non - identical dynamic systems [J]. Nonlinear Analysis: Real World Applications, 2013, 14(1): 842 - 851.
- [5] Zhao J, Hill D J, Liu T. Synchronization of dynamic networks with nonidentical nodes: criteria and control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I, 2011, 58(3): 584 - 594.
- [6] Zhao J, Hill D J, Liu T. Stability of dynamical networks with non -

- identical nodes; A multiple V – Lyapunov function method [J]. Automatica, 2011, 47(12) :2615 – 2625.
- [7] Cai S, He Q, Hao J, Liu Z. Exponential synchronization of complex networks with nonidentical time – delayed dynamical nodes [J]. Physics Letters A , 2010, 374(25) : 2539 – 2550.
- [8] Liu B, Hill D J. Impulsive consensus for complex dynamic network with nonidentical nodes and coupling time – delays [J]. SIAM J. Control and Optimization, 2011, 49(2) : 315 – 338.
- [9] Yang X S, Cao J D, Lu J Q. Stochastic synchronization of complex networks with nonidentical nodes via hybrid adaptive and impulsive control [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I , 2012, 59(2) : 371 – 384.
- [10] Liu X W, Chen T P. Synchronization analysis for nonlinearly – coupled complex networks with an asymmetrical coupling matrix [J]. Physica A, 2008, 387(16) : 4429 – 4439.
- [11] Liu T, Zhao J, Hill D J. Synchronization of complex delayed dynamical networks with nonlinearly coupled nodes [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2009, 40(3) : 1506 – 1519.
- [12] He G M, Yang J Y. Adaptive synchronization in nonlinearly coupled dynamical networks [J]. Chaos, Solitons and Fractals, 2008(38) : 1254 – 1259.

Synchronization of nonlinear coupled complex network with non – identical nodes

HUANG Yi¹, CAI Yong – yu², HU Er – qin¹

(1. College of Science, Hu Bei University of Technology, Wuhan 430068, China;

2. College of Mathematic and Computational Science, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: Synchronization was investigated that of nonlinear coupled complex networks with non – identical nodes. Based on stability and matrix theory, sufficient conditions for synchronization of the proposed network were obtained in the term of low – dimensional LMIs by using compensation control. The results were extend to the synchronization issue for nonlinear complex networks with identical nodes. And the numerical examples were then given to illustrate the validity of the proposed control scheme.

Key words: complex network synchronization; non – identical node; nonlinear coupled