

稳态风场下的沙粒运动规律

罗生虎^{1,2}, 武建军²

(1. 西安科技大学 理学院, 陕西 西安 710054; 2. 兰州大学 土木工程与力学学院, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 风沙运动是风沙地貌以及土壤侵蚀的主要原因, 跃移运动是风沙运动的主要形式, 跃移沙粒占整个运动沙粒的75%左右, 这一运动不仅是沙量传输的主要运动形式, 也是造成沙质地表风蚀和风沙灾害的根本原因. 通过数值模拟的方式研究了当风沙运动达到稳定状态时的风沙流运动特征, 详细讨论了稳态情况下沙粒的跃移运动规律, 以期对防沙治沙工作能起到一定的指引. 研究表明: 在不同的初始风速条件下, 当风沙运动达到稳定状态时在高度小于10倍的沙粒直径处的风速基本相同, 这是由于地表风场被运动沙粒强烈修正, 有效粗糙度随着摩擦风速的增加而增加; 同时在给定的风场风速下, 跃移轨迹和碰撞速度并不是无限增大的, 而是存在最大的跃移轨迹和最大的碰撞速度, 并且最大碰撞速度以及最大跃移轨迹的高度和长度与摩擦速度成线性关系.

关键词: 跃移沙粒; 起动风速; 跃移轨迹

中图分类号: X169 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2014)01-0097-05

The characteristic of sand movement in windblown sand movement

LUO Sheng-hu^{1,2}, WU Jian-jun²

(1. Department of Science, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an, 710054, China;

2. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: Windblown sand movement is responsible for aeolian landforms, deflation and soil erosion. The saltation movement is the main form of windblown sand movement, it accounted for about 75%, which is not only a major sport in windblown sand movement, but also the reason of erosion. The windblown sand movement in steady and its characteristic were discussed in detail, in order to be play on anti-desertification. The results showed that the wind speed in the reptating layer varies little at the different friction velocities, the wind in the steady state is modified by the sand grains in the air, and the effective roughness increases with the increase of friction velocity; Simultaneously, saltation trajectory and impact velocity is bounded, the maximum saltation trajectory and the maximum impact velocity present in a given wind speed; And the maximum impact speed and the maximum saltation height and length of tracks has a linear relationship with the friction.

Key words: saltation grains; threshold wind velocity; saltation trajectory

风沙运动是土壤风蚀及沙尘暴发生发展的主要动因, 其力学机理研究一直是风沙物理学和防沙治沙工程的重要课题之一. 人们将风沙运动的基本形式按运动沙粒离开地面的距离大致分为蠕移运动、跃移运动、悬移运动^[1], 其中跃移运动占运动

沙粒的75%左右^[2-3], 这一运动不仅是沙量传输的主要运动形式, 也是造成沙质地表风蚀和风沙灾害的根本原因.

半个多世纪以来, 已有许多学者通过理论、试验以及数值模拟的方式对风场中沙粒的运动规律

进行了较为深入的研究. Bagnold^[2]和 Owen^[4]最早根据单一轨迹假设定性分析了风沙流的运动特征. 后来的学者们, 如 Anderson and Haff^[5]等人, 假设沙粒从床面起跳服从一定起跳速度分布函数, 对风沙流的运动特征进行了较为深入的研究. 同时很多学者考虑了诸如风场脉动^[6-7]、空中碰撞^[8-9]以及风沙电场^[10-11]等对风沙流的影响.

正如 Anderson^[12]所指出的: 已有模型还远未达到能够准确预报人们所关注的风沙运动宏观量, 如输沙率、风速廓线等的程度. Andreotti^[13]指出以往基于相同轨迹的风沙运动模型要么“not self-consistent”要么“lead to unstable solution”. 本文基于 Andreotti^[13]和 Anderson and Haff^[5]的风沙跃移运动模型, 利用数值模拟的方法研究稳态风场下风沙跃移运动特征, 对不同摩擦速度下的沙粒轨迹进行了分析, 讨论了稳态情况下跃移层底部的变化规律, 同时研究了跃移轨迹的高度和长度以及最大碰撞速度与摩擦速度之间的关系等风沙运动机理研究中普遍关心的问题.

1 基本模型

1.1 跃移沙粒的运动微分方程

对于二维水平定常风场作用下的无限大平坦沙床表面上的沙粒跃移运动, 如图1所示, x 轴沿风场方向, y 轴垂直于 x 轴沿铅直方向. 简化起见, 这里只考虑对沙粒有较大影响的重力和拖曳力对沙粒的作用, 则对于直径为 D , 密度为 ρ_g 的沙粒在密度为 ρ_a 风场中跃移运动时的运动微分方程为

$$\frac{d\dot{x}}{dt} = \frac{3}{4}C_D \frac{\rho_a}{\rho_g} \frac{V_R(u - \dot{x})}{D} \quad (1)$$

$$\frac{d\dot{y}}{dt} = g - \frac{3}{4}C_D \frac{\rho_a}{\rho_g} \frac{V_R \dot{y}}{D} \quad (2)$$

这里, x, y 表示沙粒空间位置坐标; g 表示重力加速度, $V_R = [(\dot{x} - u)^2 + \dot{y}^2]^{1/2}$ 表示沙粒和风场之间的相对速度; u 表示风场风速; $C_D = 24/Re + 6/(1 + Re^{1/2}) + 0.4$ 表示拖曳力系数, 其中 $Re = V_R D/\nu$ 表示风场雷诺数; ν 表示运动黏性系数.

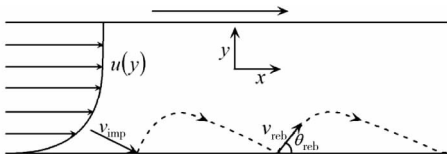


图1 风场中的颗粒运动示意图

1.2 粒床碰撞

当沙粒和床面发生碰撞时, 入射沙粒要么被床

面捕获, 要么发生反弹并保持一定的能量. 同时在粒床碰撞过程中存在沙粒水平方向能量和垂直方向能量的重新分配, 即沙粒碰撞不遵循镜面反射定律, 反弹角度要大于入射角度, 这样才能使沙粒的跃移轨迹逐渐增大. 根据已有的实验^[14-15]和数值模拟^[5,13,16]研究表明, 反弹速度 v_{reb} 和入射速度 v_{imp} 成比例, 而反弹角度 θ_{reb} 和碰撞速度无关, 即

$$v_{reb} = \gamma v_{imp} \quad (3)$$

这里, γ 是回复系数, 根据 Werner^[16]和 Anderson & Haff^[5]数值模拟结果可知, 沙粒的反弹概率 p_{reb} 可以表示为

$$p_{reb} = p_{\infty} \left[1 - \exp\left(-\frac{v_{imp}}{a\sqrt{gD}}\right) \right] \quad (4)$$

这里, P_{∞} 是大速度的反弹概率, 一般的沙粒反弹概率都小于 P_{∞} , a 为常数. 同时根据已有的实验^[14-15]和数值模拟^[5,13,16]研究结果可知, 被激起沙粒的平均起跳速度 v_{eje} 和起跳角度 θ_{eje} 不会随着碰撞沙粒速度的增加而增加, 而被激起的沙粒数 N_{eje} 会随着碰撞速度的增加而增加, 即

$$v_{eje} = \gamma a \sqrt{gD} \quad (5)$$

$$N_{eje} = \frac{v_{imp}}{a\sqrt{gD}} - 1 \quad (6)$$

如 n -generations 模型^[13]中所指出, 当沙粒以起跳速度 v_{eje} , 起跳角度 θ_{eje} 做第一次跃移运动时(定义为第0代), 运动沙粒被风场加速, 之后和床面发生第一次碰撞, 并激起一定数量的沙粒 N_{eje} . 同时它有一定的概率不被床面捕获而继续做跃移运动. 没有被床面捕获的沙粒将以反弹速度 v_{reb} 反弹角度 θ_{reb} 继续做第二次跃移运动, 形成第1代沙粒. 以此类推, 第 $n+1$ 代沙粒是由第 n 代沙粒反弹而产生, 即每一代沙粒的数量 φ_{n+1} 和速度 v_{reb}^{n+1} 都可以通过前一代的沙粒数 φ_n 和碰撞速度 v_{imp}^n 以及沙粒的反弹概率求出, 即

$$\left. \begin{aligned} \varphi_{n+1} &= \varphi_n p_{reb}(v_{imp}^n) \\ v_{reb}^{n+1} &= \gamma v_{imp}^n \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

同时, 除了初始风场作用下起跳的沙粒外, 每一代沙粒都会与床面发生碰撞激起新的沙粒而形成第0代沙粒, 这样由式(6)可以计算出激起的沙粒总数 φ_0^{new} :

$$\varphi_0^{new} = \sum_{n=1}^{+\infty} \varphi_n N_{eje}(v_{imp}^n) \quad (8)$$

1.3 风场和沙粒的耦合关系

根据普朗特湍流闭合理论, 空气剪应力 τ_{air} 和风速的关系为

$$\tau_{air} = \rho_{air} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial \ln y} \right)^2 \quad (9)$$

这里, κ 是 von karmon 常数. 当发生风沙流运动时, 运动的沙粒对风场有反作用, 这样风场总能量中的一部分能量传递给了沙粒用于维持沙粒的跃移运动, 剩余能量则用于维持风场的自身运动. 而达到稳定状态时床面的剪应力应刚好确保床面上的沙粒处于“活动状态”^[2,4], 即床面沙粒不会被风直接吹起, 而只在它原来的位置上震动. 根据作用力和反作用力定律, 可得到风沙流对风的修正关系, 即

$$\rho_{\text{air}} u_*^2 = \rho_{\text{air}} \left(\kappa \frac{\partial u}{\partial \ln y} \right)^2 + \sum_{n=0}^{+\infty} \int_y^{y_{\text{max}}} F_n dy. \quad (10)$$

上式右边第二项表示风沙流对风场的修正项, 其中 F_n 表示第 n 代沙粒对风场的反作用力

$$F_n = \varphi_n M \left[\left(\frac{\ddot{x}_{\uparrow}}{|\dot{y}(v_{\text{reb}}^n)_{\uparrow}|} \right) + \left(\frac{\ddot{x}_{\downarrow}}{|\dot{y}(v_{\text{reb}}^n)_{\downarrow}|} \right) \right]. \quad (11)$$

这里, M 为沙粒质量.

2 数值模拟及其有效性验证

由于沙粒的运动轨迹依赖于风场的风速分布, 在开始计算时采用对数分布风速, 即

$$u_0(y) = \frac{u_*}{\kappa} \ln \frac{y}{y_0}. \quad (12)$$

表 1 为计算中所需的相关物理参量, 参量的值是根据已有的文献中选取的标准值.

表 1 模型中相关物理参量

变量	变量名称	变量值
$g/(\text{ms}^{-2})$	重力加速度	9.8
$\rho_a/(\text{kgm}^{-3})$	空气密度	1.23
$\rho_g/(\text{kgm}^{-3})$	沙粒密度	2 650
γ	恢复系数	0.5
p_{∞}	大速度的反弹概率	0.95
a	常数	10
θ_{ejc}	起跳角度	45°
θ_{erc}	反弹角度	45°
y_0	粗糙度	$D/30$
κ	von karmon 常数	0.4

计算流程如图 2 所示, 数值模拟根据以下 2 个交织过程得到稳态的情况:

1) 首先给定一个初值 φ_0 , 为了求解耦合方程 (10), 从初始风速分布方程 (12) 开始计算. 根据起跳条件先计算第 0 代沙粒的轨迹, 进而计算出第 n 代沙粒的轨迹和沙粒数, 以及根据方程 (8) 计算各代沙粒激起的沙粒总数 φ_0^{new} ; 然后根据耦合方程 (10) 计算修正风速. 反复迭代直到新计算出的风速满足关系式 $|(u - u_0)/u| \leq \varepsilon_1$ 则转入下一步.

2) 为了判断初始给定的沙粒数 φ_0 是否对应一个稳态的风速, 即要求新激起的沙粒数和初始给定的沙粒数相等, 则初始给定的沙粒 φ_0 和新激起沙粒数 φ_0^{new} 必须满足关系式 $|(\varphi_0^{\text{new}} - \varphi_0)/\varphi_0| \leq \varepsilon_2$, 如果不满足则返回上一步.

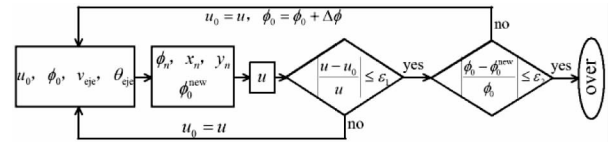


图 2 计算流程图

根据以上计算流程, 就可以得出风速廓线、单宽输沙量等描述风沙运动的宏观基本量. 为了验证以上风沙耦合运动模型的准确性以及计算方法的正确性和有效性, 通过计算摩阻风速与单宽输沙率之间的关系与已有的相关实验和数值研究结果进行对比分析.

对于摩阻风速与单宽输沙率之间的关系, 将本模型的计算结果与 Iversen and Rasmussen^[17] 的实验结果和 Zhou et al.^[18] 给出的经验公式进行对比分析. 对于粒径为 0.25 mm 的沙粒, 不同摩阻风速下的单宽输沙率如图 3 所示, 从图中可以看出, 本文的模拟的结果和 Iversen and Rasmussen 的试验结果相近, 当摩阻风速较小时, 本文模拟的结果和 Zhou et al. 的实验结果有一定的差异, 随着摩阻风速的增大, 本文模拟的结果与上述 2 种结果基本一致. 这充分说明本文计算模型的正确性和结果的可靠性.

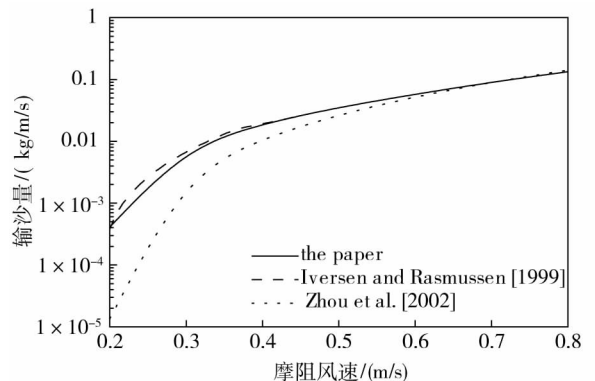


图 3 单宽输沙率的数值模拟结果与试验结果对比

3 结果与分析

下面从风沙耦合跃移运动的理论模型出发, 根据数值模拟的结果研究在不同摩阻速度下沙粒的运动轨迹, 并详细讨论稳态情况下沙粒的最大跃移长度和高度, 以及最大碰撞速度和摩阻速度的

关系.

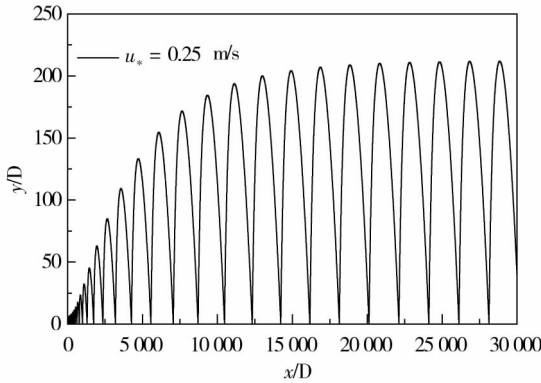


图4 摩擦速度为 0.25 m/s 时的 n 代轨迹

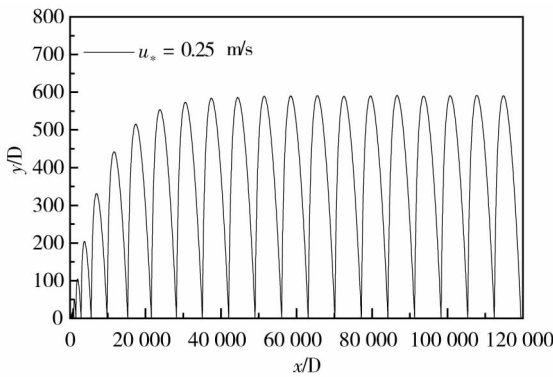


图5 摩擦速度为 0.5 m/s 时的 n 代轨迹

首先研究稳态时 2 种摩擦速度下沙粒的运动轨迹,一种是 $u_* = 0.25 \text{ ms}^{-1}$ 略大于临界摩擦速度,另一种是 $u_* = 0.5 \text{ ms}^{-1}$ 远大于临界摩擦速度.如图 4 和图 5 所示,如 Andreotti^[13] 指出在每种风速下沙粒轨迹随碰撞次数 n 的增大而增大,最后轨迹达到一种稳定的状态,即跃移长度和高度不随 n 的增大而一直增大.

图 6 为风沙流达到稳态时的风速,由图中可以看出,地表风场被运动沙粒强烈修正,有效粗糙度随着摩擦风速的增加而增加.在聚点高度以下,即蠕移层^[13] 风速锐减.在不同摩擦风速下的蠕移层风速大小相差不大,随着摩擦风速增大,蠕移层的风速略微减小.

图 7 为稳态时 2 种风速下沙粒的跃移高度和长度随碰撞次数 n 的变化,横轴为碰撞次数,纵轴表示跃移轨迹的高度和长度与沙粒直径之比的大小,其中空心正方形和空心的圆依次为摩擦风速 0.5 m/s 时的跃移轨迹高度和长度,而实心的正方形和圆依次为摩擦速度为 0.25 m/s 时跃移轨迹的高度和长度.

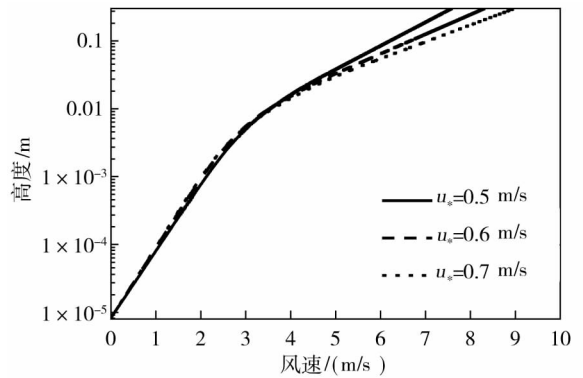


图6 稳态时风速沿高度的分布规律

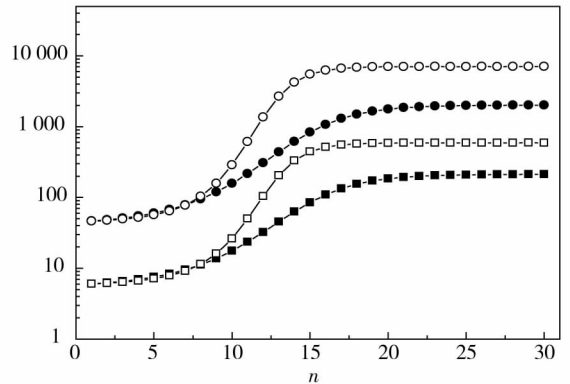


图7 颗粒的跃移高度和长度随 n 的变化

由图中可以看出 2 种风速下前 9 次跃移轨迹的高度和长度随碰撞次数 n 的变化较小,跃移轨迹的高度和长度也基本相同,跃移轨迹的高度小于 10 倍的沙粒直径.这主要是因为底层的风速较小,对沙粒的加速作用也较小,同时也进一步说明在稳态时无论初始风速多大,在高度小于 10 倍的沙粒直径下的风速基本相等,如图 6 所示.之后,随着碰撞次数的增加沙粒跃移轨迹的长度和高度突增,并最终达到稳定状态.相对于大风速的情况小风速的跃移高度和长度增长较为缓慢,这主要是因为小风速对沙粒的作用力较小.由于沙粒的跃移轨迹存在最大高度和最大长度,所以必定存在最大的碰撞速度,下面我们将分析沙粒最大跃移轨迹的高度和长度以及最大碰撞速度和摩擦速度之间的关系.

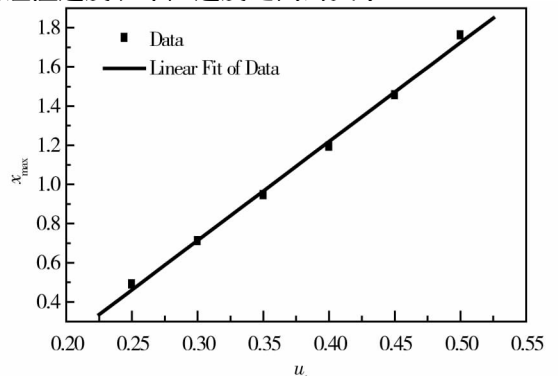


图8 颗粒的最大跃移长度和摩擦速度之间的关系

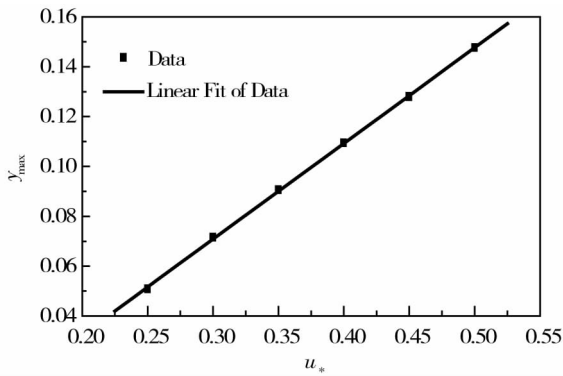


图9 颗粒的最大跃移高度和摩擦速度之间的关系

图8和图9为沙粒最大跃移轨迹的高度和长度随摩擦速度的变化关系,其中黑点为计算结果,曲线为计算结果的线性拟合.由图中可以发现,沙粒的最大跃移高度和跃移长度和摩擦速度成线性关系.

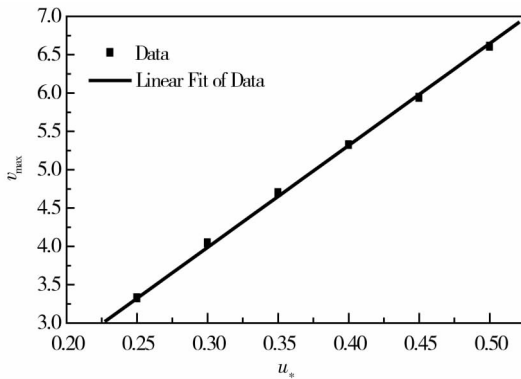


图10 最大碰撞速度和摩擦速度之间的关系

图10为不同摩擦速度下沙粒的最大碰撞速度和摩擦速度之间的变化关系,其中黑点为计算结果,曲线为计算结果的线性结果,由图可以看出,沙粒的最大碰撞速度和摩擦速度也成线性关系.

4 结论

综上所述,本文详细讨论了稳态情况下的沙粒跃移运动特征.结果表明无论初始风速多大,当风沙流达到稳态情况时,在高度小于10倍的沙粒直径处的风速都基本相等;同时在给定风速下存在沙粒的最大跃移轨迹,即存在最大跃移高度和最大跃移长度以及最大碰撞速度;并且跃移沙粒的最大跃移高度和最大跃移长度以及最大碰撞速度与摩擦速度成线性关系.

参考文献:

[1] 郑晓静,周又和. 风沙运动中的若干力学问题[J]. 力学与实践, 2003, 25(2): 1-6.
[2] Bagnold R A. The physics of blown sand and desert dunes

[M]. New York: Willian Morrow, 1941.
[3] 吴正. 风沙地貌与治沙工程学[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
[4] Owen P R. Saltation of uniform grains in air[J]. Journal of Fluid Mechanics, 1964, 20(2): 225-242.
[5] Anderson R S, Haff P K. Simulation of eolian saltation [J]. Science, 1988, 241: 820-823.
[6] Anderson R S. Eolian sediment transport as a stochastic process: the effects of a fluctuating wind on particle trajectories [J]. Journal of Geology, 1987, 95: 497-512.
[7] Shao Y P. A similarity theory for saltation and application to aeolian mass flux [J]. Boundary - Layer Meteorol, 2005, 115: 319-338.
[8] Dong Z, Huang N, Liu X. Simulation of the probability of midair interparticle collisions in an aeolian saltating cloud [J]. Journal of Geophysical Research, 2005, 110: D24113.
[9] Huang N, Zhang Y, Adamo R D. A model of the trajectories and midair collision probabilities of sand particles in a steady state saltation cloud [J]. Journal of Geophysical Research, 2007, 112: D08206.
[10] Zheng X J, Huang N, Zhou Y H. Laboratory measurement of electrification of windblown sands and simulation of its effect on sand saltation movement [J]. Journal of Geophysical Research, 2003, 108: 4322.
[11] Kok J F, Renno N O. A comprehensive numerical model of steady state saltation (COMSALT) [J]. Journal of Geophysical Research, 2009, 114: D17204.
[12] Anderson R S, Sørensen M, Willetts B B. A review of recent progress in our understanding of Aeolian sediment transport [J]. Acta Mechanica, 1991, 1 (Supl): 1-19.
[13] Andreotti B. A two-species model of aeolian sand transport [J]. Journal of Fluid Mechanics, 2004, 510, 47-50.
[14] McEwan J K, Willetts B B, Rice M A. The grain/bed collision in sand transport by wind [J]. Sedimentology, 1992, 39: 971-981.
[15] Rioual F, Valance A, Bideau D. Experimental study of the collision process of a grain on a two-dimensional granular bed [J]. Physical Review E, 2000, 62: 2450-2459.
[16] Werner B T, Haff P K. The impact process in eolian saltation: two dimensional simulations [J]. Sedimentology, 1988, 35: 189-196.
[17] Iversen J D, Rasmussen K R. The effect of wind speed and bed slope on sand transport [J]. Sedimentology, 1999, 46(4): 723-731.
[18] Zhou Y H, Guo X, Zheng X J. Experimental measurement of wind-sand flux and sand transport for naturally mixed sands [J]. Physical Review E. 2002, 66: 021305.