

# 无粘结预应力粉煤灰混凝土 桥梁极限承载力的有限元分析

罗许国,王正安

(湖南科技大学 土木工程学院,湖南 湘潭 411201)

**摘要:**根据有限元理论及基本假定,考虑了材料的非线性及结构的几何非线性,应用 Fortran 语言编制无粘结预应力高性能粉煤灰混凝土桥梁极限承载力的非线性有限元程序,并用程序对9根无粘结预应力混凝土试验梁进行了计算.计算结果和试验结果符合良好,说明该分析程序是可靠的,并且能准确可靠的预测无粘结预应力高性能粉煤灰混凝土桥梁从开始加载直到破坏的全过程结构响应;试验结果也表明不同粉煤灰掺量对高性能混凝土桥梁的极限承载力影响不大和高性能粉煤灰混凝土桥梁中混凝土、钢筋和预应力钢筋参数按《桥规》取值计算能够取得比较满意的结果.

**关键词:**高性能粉煤灰;无粘结预应力;极限承载力;非线性有限元程序

**中图分类号:**U448.35

**文献标志码:**A

**文章编号:**1672-9102(2014)03-0044-05

## Analysis of nonlinear finite element on ultimate bearing capacity of unbonded prestressed high performance fly ash concrete beam

LUO Xuguo, WANG Zhengnan

(School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** According to nonlinear finite element theory and basic assumption, considering both material and geometrical nonlinearity, Fortran language was used to compile nonlinear finite element analysis program, which was utilized to compute nine unbonded prestressed concrete test beams, about the ultimate bearing capacity of unbonded prestressed high performance fly ash concrete beams. The result of computation broadly accord with that of the test, so the analysis program was reliable, besides, it accurately and reliably forecast the whole process of structural response from load to damage about unbonded prestressed high performance fly ash concrete beams. Meanwhile the result of test shows that the differences of fly-ash contents and intensity of concrete hardly have an effect on intensity of high-performance concrete, and it also indicates that the parameters of concrete, steel and reinforce steel referring to General Code for Design of Highway Bridges and Culverts, eventually, achieve satisfactory results in the course of computation.

**Key words:** high performance fly ash; unbonded prestressed; ultimate bearing capacity; nonlinear finite element program

无粘结预应力混凝土结构,是后张预应力混凝土结构的一个重要分支,它是迪尔(R. H. Dill, 美国)于1925年首先提出的,他采用涂隔离剂的高强钢筋,在混凝土结硬后进行张拉并用螺帽锚固<sup>[1]</sup>.

而无粘结预应力混凝土结构具有:施工简便,预应力筋布置灵活,工程造价低等诸多突出优点,因而无粘结预应力混凝土在工程中应用较多,在国内外的桥梁工程中,无粘结预应力混凝土结构主要应用

于配筋复杂、截面尺寸较大的构件以及旧桥加固改造(采用体外预应力加固法),也做了一些有关极限承载力的理论研究和试验研究<sup>[2-3]</sup>。无粘结预应力钢筋的极限应力的理论计算方法,主要有折减系数法、等效塑性区法、弯矩曲率法和能量变分法<sup>[4-5]</sup>。上述理论分析和数值分析计算结合的方法,计算无粘结预应力钢筋的极限应力,被认为是较精确的方法。但是,由于其计算工作量大,工程实用性较差。由于计算机技术的发展,运用有限单元法可以解决该问题,但用有限单元法计算无粘结预应力梁桥时,无粘结预应力的模拟是一个难点。对于无粘结预应力混凝土梁,梁内任一截面的无粘结预应力筋与周围混凝土之间会发生相对滑动,这就大大增加了分析的难度,正因为如此目前有限元法在无粘结预应力混凝土工程中的研究和应用仍非常有限。Ariyawardneval<sup>[6-8]</sup>提出的分析模型将混凝土主体结构模拟成杆状构件的组集,体内或体外预应力筋通过短臂与主体结构连接,该有限元模型较为简单,但由于杆状构件的位置任意确定,因此计算结果的稳定性如何有待于进一步验证。Wu<sup>[9-10]</sup>提出的有限元分析模型把体内无粘结或体外预应力筋直接反映在混凝土单元内,避免了迭代试算过程,但单元数量较多,不利于大型结构的计算。

本文基于大变形非线性有限元理论<sup>[10-11]</sup>,把结构离散为平面非线性梁单元,将体内无粘结预应力筋的作用效应转化为梁单元的节点荷载,这样便可以按照有粘结混凝土梁建立有限元公式,从而简化了分析过程。利用该计算模型对试验梁进行非线性全过程分析。

## 1 有限元模型的建立

### 1.1 基本假定

分析过程中采用以下4条基本假定:

- 1) 截面(不包含体内无粘结预应力筋)受力前后,其应变服从平截面假定,纵向纤维的应变沿截面高度呈线性分布;
- 2) 非预应力筋与混凝土粘结良好,受力后有粘结钢筋与混凝土的应变协调;
- 3) 梁体开裂后,截面开裂混凝土分层退出工作;
- 4) 忽略体内无粘结预应力筋与孔道之间的摩擦影响,体内无粘结预应力筋沿梁全长的应力是相等的;
- 5) 忽略梁的剪切和扭曲变形。

### 1.2 按条带法建立梁截面的本构矩阵和结构单元平衡方程

根据有限单元的力学特性,首先选择一个合适

的形函数,按照变分原理建立单元的结点力和位移的关系,最后把所有单元的这种关系集合起来,就得到以独立自由度为基本未知量的一组代数方程组,从而求出结构的内力和位移。

对于本文考虑无粘结混凝土T梁截面,如图1所示,截面内包含有粘结的非预应力筋(图中未示出)。以截面形心 $o$ 为原点,建立截面坐标系 $o(z,y)$ 。采用截面分条法建立截面的本构方程,按计算精度需要把截面划分成若干个条带单元,且认为每个单元内混凝土的应变均匀分布,其值等于单元中心线处混凝土的应变。设截面形心处轴向应变为 $\varepsilon_0$ ,以压为正,截面曲率为 $\varphi$ ,以下缘受拉为正。将混凝土截面划分为 $n_c$ 块,第 $i$ 块的面积为 $A_{ci}$ ,形心坐标为 $y_{ci}$ ;普通钢筋布置成 $n_s$ 根,每根面积为 $A_{si}$ ,坐标为 $y_{si}$ 。根据截面平衡条件,可建立截面增量平衡方程:

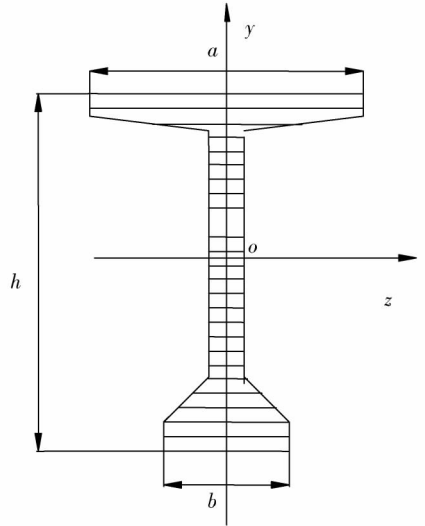


图1 截面划分

$$\delta N = \sum_{i=1}^{n_c} A_{ci} \delta \sigma_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} A_{si} \delta (\sigma_{si} - \sigma_{csi}) = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} \delta \varepsilon_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) A_{si} \delta \varepsilon_{si} \quad (1)$$

$$\delta M = \sum_{i=1}^{n_c} y_{ci} A_{ci} \delta \sigma_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} y_{si} A_{si} \delta (\sigma_{si} - \sigma_{csi}) = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} y_{ci} A_{ci} \delta \varepsilon_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) y_{ci} A_{si} \delta \varepsilon_{si} \quad (2)$$

式中, $\delta N$ 、 $\delta M$ 分别为截面的轴力和弯矩增量; $\delta \sigma_{ci}$ 、 $\delta \varepsilon_{ci}$ 分别为截面第 $i$ 块混凝土的应力增量、应变增量; $\delta \sigma_{si}$ 、 $\delta \varepsilon_{si}$ 分别为截面第 $i$ 根普通钢筋的应力增量、应变增量; $\delta \sigma_{csi}$ 代表第 $i$ 根普通钢筋筋处的混凝土应力增量;

再考虑平截面假定(采用增量形式):

$$\delta \varepsilon = \delta \varepsilon_0 + y \delta \varphi \quad (3)$$

将式(3)代入式(1)、式(2),可得截面平衡方

程计算式如下:

$$\delta N = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} (\delta \varepsilon_0 + y_{ci} \delta \varphi) + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) A_{si} (\delta \varepsilon_0 + y_{si} \delta \varphi). \quad (4)$$

$$\delta M = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} y_{ci} A_{ci} (\delta \varepsilon_0 + y_{ci} \delta \varphi) + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) y_{si} A_{si} (\delta \varepsilon_0 + y_{si} \delta \varphi). \quad (5)$$

将上式写成矩阵形式表示为

$$\begin{Bmatrix} \delta N \\ \delta M \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta \varepsilon_0 \\ \delta \varphi \end{Bmatrix} \quad (6)$$

$$d_{11} = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) A_{si};$$

$$d_{12} = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} y_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) y_{si};$$

$$d_{21} = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} y_{ci} + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) A_{si} y_{si};$$

$$d_{22} = \sum_{i=1}^{n_c} E_{ci} A_{ci} y_{ci}^2 + \sum_{i=1}^{n_s} (E_{si} - E_{csi}) y_{si}^2.$$

单元切线刚度方程截面应变可表示成位移的导数,并忽略其高阶项,可建立增量形式的单元平衡方程:

$$d\{f\} = [K]d\{\Delta\} = ([K_0] + [K_L] + [K_\sigma])d\{\Delta\}. \quad (7)$$

式中,  $[K]$  是 3 个刚度阵之和,称为单元切线刚度矩阵;  $[K_0]$  与单元结点位移无关,是单元弹性刚度矩阵;  $[K_L]$  是由材料非线性和几何非线性共同作用引起的,称为大位移刚度矩阵;  $[K_\sigma]$  是由轴力  $N$  引起的结构刚度矩阵,称为初应力刚度矩阵.  $[K_0], [K_L], [K_\sigma]$  见文献[12].

### 1.3 无粘结预应力筋的考虑方法

采用增量迭代法求解(7)式建立的有限元方程,每个荷载增量步采用 Newton-Raphson 法迭代.无粘结预应力筋对梁单元的贡献以等效节点荷载代替<sup>[13-15]</sup>.

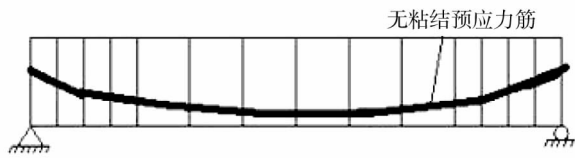


图2 无粘结预应力混凝土梁及其单元划分

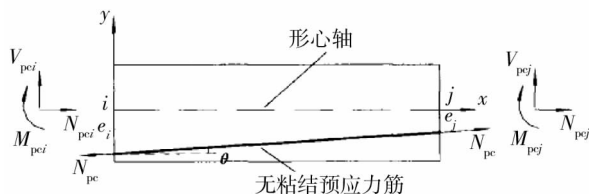


图3 无粘结预应力筋及其梁单元

示,按精度需要把梁划分成许多梁单元.对于体内无粘结预应力混凝土梁,不管无粘结预应力筋在梁内的布置形状如何,只要划分的梁单元长度足够小,单元内的无粘结预应力筋可以看作为直线段.与梁单元对应的体内无粘结预应力筋链杆单元与梁单元的相对位置如图3所示,设预应力筋在梁单元端部节点*i, j*处的偏心距分别为  $e_i, e_j$ ,梁单元变形前的初始长度为  $l$ ,则变形前体内无粘结预应力筋链杆单元的长度  $l_{u0}$  为

$$l_{u0} = \sqrt{l^2 + (e_i - e_j)^2}. \quad (8)$$

对于体内无粘结预应力梁,由于无粘结预应力筋随同梁一起变形,即在整个加载阶段无粘结预应力筋的偏心距始终保持不变,因此  $e_i, e_j$  在梁的整个加载阶段为常量.在一个荷载增量步内,把当前迭代步的节点位移增量,和前面总的节点位移相加,得到当前迭代步的总节点位移,进而求出当前迭代步较之上一步体内无粘结预应力筋的应变增量  $\Delta \varepsilon_{u2}$ <sup>[12]</sup>.

由此把无粘结预应力筋的作用等效成梁单元的节点荷载,它与当前增量步由外荷载引起的单元等效节点荷载叠加,形成当前总等效节点荷载(由外荷载和无粘结预应力筋共同引起),减去内力引起的抵抗荷载,计算出节点处的不平衡荷载,进入下一步迭代.

### 1.4 非线性方程组的求解方法及收敛准则

对于非线性问题,结构的平衡方程由变形后的位置所描述,因此结构的刚度矩阵是变形的函数关系.于是,结构的平衡方程式为

$$[K]\{\Delta\} - \{R\} = \{0\}. \quad (9)$$

在对无粘结预应力高性能粉煤灰混凝土梁用有限元的方程求解时,为了提高计算精度,本文采用改进 Newton-Raphson 方法即荷载增量法或称 mN-R 法进行计算,最后可使方程(9)能够在规定误差范围内得到满足.本文采用不平衡力  $\|P_{res}\|_2$  和位移增量  $\|\delta \Delta_k\|_\infty$  2 个准则,只要满足其中的任意一个,即认为迭代收敛,结束迭代,本文收敛允许值  $\alpha$  取为 1%.

### 1.5 程序编制

根据本文的计算方法和推导的理论公式,运用 Fortran 语言编制无粘结预应力高性能粉煤灰混凝土梁的极限承载力非线性有限元程序<sup>[12]</sup>.

## 2 试验验证

为了验证本文有限元理论和编制程序的正确性,对高性能粉煤灰预应力混凝土铁路桥梁(跨度 32 m)按 1:5 缩尺制作模型.模型总长度 6.52 m,截面为 T 形截面,共进行 9 根模型梁试验<sup>[12]</sup>.模型

典型的体内无粘结预应力混凝土梁如图 2 所

梁截面尺寸及配筋如图4所示.对各梁进行破坏试验,试验的加载位置及测点布置图如图5所示,每级荷载为20 kN,第1次从0~120 kN,第2次从0~140 kN,循环加载,直至破坏.破坏试验的加载方式如表1所示.对上表所得到的情况进行循环加载,测试结构外载与结构性能的关系.

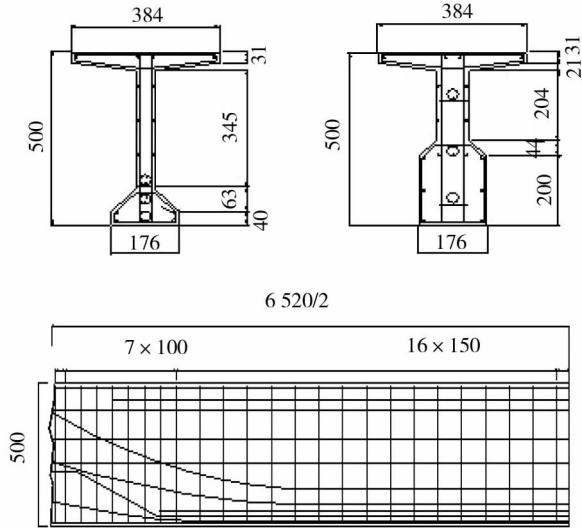


图4 模型梁截面尺寸(mm)及钢筋布置

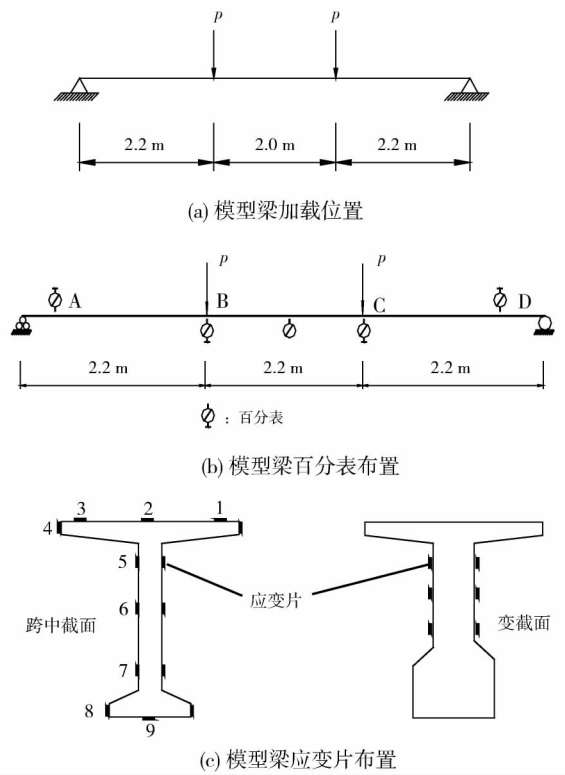


图5 加载和测点布置图

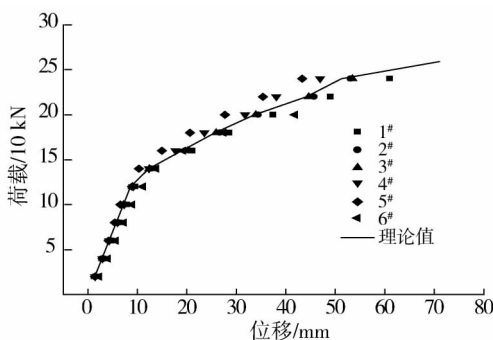
表1 破坏试验的加载方式

循环次数\荷载级	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0	20	40	60	80	100	120							
2	0	20	40	60	80	100	120	140						
3	0	20	40	60	80	100	120	140	160					
4	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180				
5	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200			
6	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	
7	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200	220	240	260

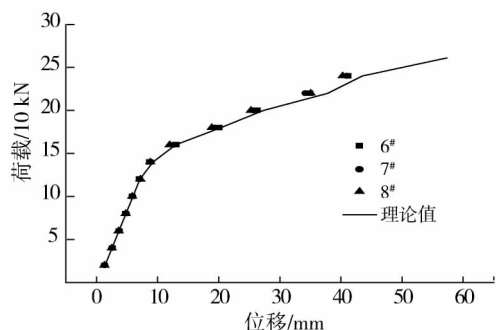
同时对模型梁进行了非线性有限元计算,模型梁共分64个单元,采用25个条带单元来模拟混凝土截面.混凝土参数按《桥规》<sup>[16]</sup>取值.预应力筋采用三折线应力-应变关系,其中 $E_p = 1.95 \times 10^5$  MPa,  $f_e = 1562.4$  MPa,  $f_{0.2} = 1729.8$  MPa,  $\epsilon_{0.2} = 0.015$ ,  $f_{pu} = 1860$  MPa,  $\epsilon_{pu} = 0.035$ .非预应力筋采用理想弹塑性应力-应变关系,  $f_y = 235$  MPa,  $E_s =$

$2.1 \times 10^5$  MPa.

高性能粉煤灰模型梁的极限荷载 $P_u$ 以及开裂荷载 $P_{cr}$ 的试验值与有限元计算结果的对比情况如表2所示.相同强度不同粉煤灰掺量模型梁荷载和跨中位移实测值与理论值曲线以及不同强度相同粉煤灰掺量模型梁荷载和跨中位移实测值与理论值曲线如图6所示.



(a)相同强度不同粉煤灰掺量



(b)不同强度相同粉煤灰掺量

图6 模型梁荷载和跨中位移实测值与理论值曲线

从图6及表2中可以看出:

1) 1<sup>#</sup>-8<sup>#</sup>模型梁极限承载力实测值与有限元全过程分析值比较,承载力计算结果与试验值比较吻合,其误差范围为6.6%~ -1.5%,而9<sup>#</sup>模型梁的实测值与理论计算值不一致,误差达29.5%,这可能是因为该梁在工地制作,施工质量未得到保证所致;

2) 除5<sup>#</sup>,9<sup>#</sup>模型梁开裂荷载实测值与有限元计算结果相差较大,误差分别为10.6%和

-7.8%,其余模型梁开裂荷载实测值与有限元计算结果基本一致;

3) 高性能粉煤灰混凝土模型梁荷载与跨中位移曲线呈明显的三折线形状,第一个转折点是由于混凝土开裂引起的,第二个转折点是非预应力筋屈服引起的,曲线的终点代表混凝土被压碎;

4) 模型梁荷载和跨中位移实测值与理论值曲线基本吻合,说明本文有限元程序的正确性。

表2 试验梁实测值与计算结果的比较

梁号	极限承载力			开裂荷载		
	试验结果/kN	计算结果/kN	误差/%	试验结果/kN	计算结果/kN	误差/%
1 <sup>#</sup>	243	259	6.6	126	124.7	1.0
2 <sup>#</sup>	254	259	2.0	129	124.7	3.4
3 <sup>#</sup>	268	259	-3.3	126	124.7	1.0
4 <sup>#</sup>	260	259	0.0	133	124.7	6.7
5 <sup>#</sup>	263	259	-1.5	138	124.7	10.6
6 <sup>#</sup>	252	261	3.5	127	125.2	1.4
7 <sup>#</sup>	256	263	2.7	128	125.6	1.9
8 <sup>#</sup>	259	264	2.0	128	125.9	1.7
9 <sup>#</sup>	200	259	29.5	115	124.7	-7.8

### 3 结论

1) 不同粉煤灰掺量对高性能混凝土的极限承载力影响不大。

2) 该有限元分析程序表明:高性能粉煤灰混凝土梁中混凝土、钢筋和预应力钢筋参数按《桥规》取值计算,能够取得比较满意的结果。

3) 算例计算表明此程序的计算结果和试验结果符合良好,说明该分析程序是可靠的.该程序能正确可靠的预测无粘结预应力高性能粉煤灰混凝土桥梁从开始加载直到破坏的全过程结构响应。

### 参考文献:

[1] AI - Harthy A S, Frangopol D M. Reliability assessment of prestressed concrete beams [J]. Journal of Structural Engineering, 1994, 120(1): 180 - 189.

[2] Panell F N. Ultimate moment of resistance of unbonded pretressed concrete beams [J]. Magazine of Concrete Research, 1969, 21(66): 43 - 54.

[3] Tam A, Pannell F N. Ultimate moment of resistance of unbonded partially prestressed reinforced concrete beams [J]. Magazine of Concrete Research, 1976, 28(97): 203 - 208.

[4] 王丽荣, 吴岩, 袁松, 等. 基于弯矩曲率非线性分析的无粘结预应力结构理论研究[J]. 中外公路, 2005, 25(1): 43 - 47.

[5] 申同生, 戴公连, 方淑君. 求解无粘结预应力混凝土梁力筋应力增量的能量法[J]. 国外公路, 2000, 20(5): 15 - 17.

[6] Ariyawardena N. Prestressed concrete with internal or external tendons: Behavior and Analysis [D]. Calgary: University of Calgary, 2000.

[7] Ariyawardena N, Ghali A. Design of precast prestressed concrete members using external prestressing [J]. Paint & Coatings Industry Journal, 2002, 47(2): 84 - 94.

[8] Ariyawardena N, Ghali A. Prestressing with unbonded internal or external tendons: Analysis and computer model [J]. Journal of Structural Engineering, ASCE, 2002, 128(12): 1493 - 1501.

[9] Wu X H, Otani S, Shiohara H. Tendon model for nonlinear analysis of prestressed concrete structures [J]. Journal of structural Engineering, ASCE, 2001, 127(4): 398 - 405.

[10] 吴晓涵, 吕西林. 外张预应力钢筋混凝土结构非线性有限元分析[J]. 建筑结构学报, 2001, 22(5): 1 - 5.

[11] 徐兴, 郭乙木, 沈永兴. 非线性有限元及程序设计[M]. 杭州: 浙江大学出版社, 1993.

[12] 罗许国. 高性能粉煤灰混凝土铁路桥梁受力性能试验和理论研究[D]. 长沙: 中南大学, 2008.

[13] 楼铁炯. 无粘结预应力梁的有限元建模与性能分析研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2005.

[14] 杜进生, 刘西拉. 基于结构变形的无粘结预应力筋应力变化研究[J]. 土木工程学报, 2003, 36(8): 12 - 19.

[15] 王景全, 刘钊, 吕志涛. 基于挠度的体外与体内无粘结预应力筋应力增量[J]. 东南大学学报, 2005, 35(6): 915 - 919.

[16] 中华人民共和国交通部. JTG D60 - 2004 公路桥涵设计通用规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2004.