

# 基于平面靶标的相机内部参数标定精度分析

徐潺, 黄东兆, 杨天龙, 赵前程

(湖南科技大学 机电工程学院, 先进矿山装备教育部工程研究中心, 湖南 湘潭 411201)

**摘要:** 相机内部参数标定是实现机器视觉测量的必要环节. 目前常用的标定方法有 Tsai 两步法、DLT 方法以及基于平面靶标的张正友法等. 张正友法简单易行, 因而得到广泛应用, 标定精度取决于平面靶标的制作精度、图像特征点坐标的提取精度、镜头畸变、靶标摆放数目以及位姿分布等. 对张正友标定方法的精度进行探讨, 分析各影响因素对标定精度的影响, 提出基于均匀设计的思想进行靶标位姿分布的设计思想. 仿真和实际测试证明, 采用均匀设计的靶标布局明显提高相机内部参数标定精度.

**关键词:** 相机标定; 均匀设计; 平面靶标; 镜头畸变

**中图分类号:** TP391      **文献标志码:** A      **文章编号:** 1672-9102(2015)01-0041-06

## Camera internal – parameters calibration of accuracy of analysis based on planar target

Xu Chan, Huang Dongzhao, Yang Tianlong, Zhao Qiancheng

(School of Electromechanical Engineering, Hunan Provincial Key Laboratory of Health Maintenance for Mechanical Equipment, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

**Abstract:** The camera interior parameters calibration is a necessary part of machine vision measurement. The existing calibration methods, include Tsai two – step method, DLT method as well as method of Zhang Zheng – you based on planar target are frequently used. Among them, Zhang method is widely used due to its high implementability, however, its calibration precision depends on the precisions of manufacturing target plane, image feature point extraction, lens distortion, and the number and distribution of target pose. Aiming at the problems, based on the analyze of the impact of each factor on the calibration precision by the Zhang calibration method. A camera calibration method, which was uniform design idea applied in position and orientation distribution of target was proposed. The result of simulation and actual measurement shows that the proposed calibration method significantly improve the accuracy of the camera interior parameters.

**Keywords:** camera calibration; uniform design; planar target; lens distortion

相机标定是确定相机模型参数的过程, 是计算机视觉测量系统实现的前提. 相机标定精度直接影响视觉测量系统的精度<sup>[1]</sup>. 相机标定一般可分为传统标定方法和自标定方法 2 类. 传统标定方法有 Tsai<sup>[2]</sup> 提出的基于径向约束的 2 步法, Karara HM<sup>[3]</sup> 提出的直接线性变换法(简称 DLT 法)以及张正友<sup>[4]</sup> 提出的基于平面靶标的标定方法等.

张正友标定法是一种经典算法, 简单实用且精度较高, 因而受到广泛使用. 标定过程分为两步: 首先用线性方程求出相机的内外参数初步值, 再用最大似然估计法优化各参数. 虽然理论上 3 幅图片即可标定出相机参数, 但是通过仿真和实际测试, Zhang<sup>[4]</sup> 指出平面靶标摆放的数量越多, 及参与标定的图像数目越

多,相机内部参数标定精度越高.除数量外,靶标位姿分布对标定精度也有显著影响,当靶标姿态差异较小时,即靶标平面接近相互平行状态,则标定模型是一个病态模型,标定结果误差较大.

针对上述问题,本文将均匀设计的思想引入到靶标姿态分布设计中,并讨论分析多种因素对标定精度的影响.

## 1 基于平面靶标的相机标定原理

### 1.1 相机模型

相机标定包含内部参数和外部参数,外部参数包括旋转矩阵  $\mathbf{R}$  与平移向量  $\mathbf{T}$ :

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} r_1 & r_2 & r_3 \\ r_4 & r_5 & r_6 \\ r_7 & r_8 & r_9 \end{bmatrix}, \mathbf{T} = \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{bmatrix}. \quad (1)$$

内部参数包括线性透视变换参数和非线性畸变参数.线性透视变换参数表达了图像坐标系与相机坐标系的映射关系可表示为

$$s \begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & r & u_0 & 0 \\ 0 & a_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{y} \\ \mathbf{z} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x & r & u_0 & 0 \\ 0 & a_y & v_0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \left( \mathbf{R} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{X} \\ \mathbf{Y} \\ \mathbf{Z} \end{bmatrix} + \mathbf{T} \right). \quad (2)$$

其中,  $s$  为一任意的非零尺度因子,等式(2)左边为图像坐标系;等式右边矩阵  $\mathbf{xyz}$  为相机坐标系;矩阵  $\mathbf{XYZ}$  为靶标的世界坐标系;矩阵  $\mathbf{R}, \mathbf{T}$  为相机外部参数;  $(u_0, v_0)$  为主点坐标,表示相机光轴与图像平面的交点;  $a_x, a_y$  分别是相机以像素为单位的横坐标轴和纵坐标轴上的焦距;  $r$  是  $u$  轴和  $v$  轴不垂直因子.

理论上镜头会同时存在径向形变和切向形变,非线性畸变参数包括径向畸变和切向畸变参数等,可将上述相机坐标系扩展为

$$x' = x/z. \quad (3)$$

$$y' = y/z. \quad (4)$$

$$x'' = x'(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + 2p_1 x' y' + p_2 (r^2 + 2x'^2). \quad (5)$$

$$y'' = y'(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) + p_1 (r^2 + 2y'^2) + 2p_2 x' y'. \quad (6)$$

$$r^2 = x'^2 + y'^2. \quad (7)$$

其中  $k_1$  和  $k_2$  为径向畸变系数,  $p_1$  和  $p_2$  为切向畸变系数.畸变系数跟拍摄的场景无关,与拍摄图像的分辨率无关.

### 1.2 标定步骤

1) 制作平面靶标,靶标为棋盘格形或圆形图案,如图1所示:



图1 各类靶标

2) 相机拍摄靶标在多个姿态情况下的图片.

3) 提取图像上的特征点.

4) 使用张正友封闭模型估计初值,即相机的5个内部参数和外部参数.

5) 利用最小二乘法求解出镜头畸变系数.

6) 优化所有参数.

在上述标定步骤2中,Zhang<sup>[4]</sup>并没有对靶标姿态布局明确说明,本文对靶标位姿分布采用均匀设计思想.

1987年,均匀设计由王元教授和方开泰教授共同提出.均匀设计使每个试验点从“均匀分散”性出发,其相比正交设计,有着试验次数少,因素的水平可以被适当调整等优点.

将均匀设计思想引入到平面靶标姿态标定中,靶标在相机视场范围内摆放,其姿态范围在正负45°左右,具体分布参照方开泰教授编写的均匀设计使用表<sup>[5]</sup>中的因素、水平以及偏差.

靶标姿态标定的因素为 6 个量<sup>[6]</sup>,分别是绕 X 轴、Y 轴、Z 轴旋转的角度  $\alpha, \beta, \gamma$  以及沿 3 个轴方向的平移量  $T_x, T_y, T_z$ ,而这 6 个因素的分布范围即为水平.其中,当 3 个角度在多次摆放差异较小时,即靶标平面接近相互平行状态,则标定模型是一个病态模型,标定结果误差较大.待因素和水平确定后,再根据均匀使用表中的偏差值来确定最终所需的使用表(偏差值越小,表示均匀度越好).

## 2 相机标定内部参数的仿真

为了分析靶标摆放数目、位姿分布以及镜头畸变对相机内部参数标定精度<sup>[7-10]</sup>的影响,本文进行了 3 组对比仿真实验.第一组对靶标位姿分布采用均匀设计思想且摆放数目分别以 6(幅)、10(幅)、16(幅)来进行仿真;第二组对靶标位姿分布分别采用均匀设计使用表和任意绕一轴旋转  $45^\circ$ <sup>[4]</sup>来进行对比;第三组在相机模型中考虑切向畸变和不考虑切向畸变的 2 种情况下标定内部参数.

### 2.1 第一组仿真结果

图像大小为  $2\ 592\text{pixel} \times 1\ 944\text{pixel}$ ,图形为棋盘格(每格大小为 33 mm,共 256 个角点).相机的参数设置如下: $a_x = 5\ 094.00, a_y = 5\ 094.00, u_0 = 1\ 296.00, v_0 = 972.00, k_1 = 0.140, k_2 = 1.126$ ,设置靶标绕 X 轴、Y 轴、Z 轴的转动范围为  $(-40^\circ, 35^\circ)$ ,平移范围分别是  $(-165, -240)$  mm、 $(-165, -240)$  mm 和  $(2\ 400, 2\ 700)$  mm,靶标位姿分布采用均匀设计使用表.对于靶标的摆放数目,Zhang<sup>[4]</sup>提到摆放数目越多,标定精度越好.本实验分别以 6(幅)、10(幅)、16(幅)的摆放数目进行标定,在随机噪声强度为 0.3 像素的情况下仿真 500 次,相机内部参数标定结果如表 1 所示.

表 1 实验标定结果 ( $a_x, a_y, u_0, v_0$  单位:像素)

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$	$k_1$	$k_2$
参数设定值	5 094.00	5 094.00	1 296.00	972.00	0.140	1.126
标定值均值(6 幅)	5 093.85	5 093.95	1 296.12	971.88	0.140	1.107
标定值均值(10 幅)	5 093.92	5 093.92	1 295.88	971.92	0.140	1.122
标定值均值(16 幅)	5 094.01	5 093.98	1 295.93	971.98	0.140	1.127
标定值标准差(6 幅)	1.48	1.38	0.58	0.62	0.002	0.086
标定值标准差(10 幅)	0.94	0.98	0.38	0.42	0.002	0.044
标定值标准差(16 幅)	0.88	0.84	0.29	0.33	0.001	0.034

可见,靶标摆放的数目越多,相机内部参数标定值的均值越接近真实值,标定值的标准差也更小,使标定精度越好.

### 2.2 第二组仿真结果

方案一:靶标位姿绕任意一轴旋转  $45^\circ$ ,随机生成 16 个位姿<sup>[4]</sup>;方案二:靶标位姿采用均匀设计使用表  $(A1.17U_{16}^*16^{12})$ ,共 16 个位姿,且都在随机噪声强度为 0.3 像素的情况下仿真 500 次.采用均匀设计表的的靶标位姿分布如表 2 所示,在这 2 种情况下标定的内部参数如表 3 所示.

表 2 靶标位姿分布

$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$	$T_x/\text{mm}$	$T_y/\text{mm}$	$T_z/\text{mm}$	$\alpha/(\circ)$	$\beta/(\circ)$	$\gamma/(\circ)$	$T_x/\text{mm}$	$T_y/\text{mm}$	$T_z/\text{mm}$
-40	-25	-15	-175	-170	2 520	0	-35	-30	-210	-165	2 620
-35	-5	15	-190	-180	2 660	5	-15	0	-225	-175	2 420
-30	15	-40	-205	-190	2 460	10	5	30	-240	-185	2 560
-25	35	-10	-220	-200	2 600	15	25	-25	-170	-195	2 700
-20	-30	20	-235	-210	2 400	20	-40	5	-185	-205	2 500
-15	-10	-35	-165	-220	2 540	25	-20	35	-200	-215	2 640
-10	10	-5	-180	-230	2 680	30	0	-20	-215	-225	2 440
-5	30	25	-185	-240	2 480	35	20	10	-230	-235	2 580

表 3 实验标定结果 ( $a_x, a_y, u_0, v_0$  单位:像素)

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$	$k_1$	$k_2$
参数初始值	5 094.00	5 094.00	1 296.00	972.00	0.140	1.126
标定值均值(方案一)	5 094.02	5 093.98	1 295.90	971.90	0.140	1.124
标定值均值(方案二)	5 094.01	5 094.01	1 295.91	971.91	0.140	1.125
标定值标准差(方案一)	1.72	1.86	1.31	1.06	0.002	0.082
标定值标准差(方案二)	0.86	0.86	0.33	0.31	0.001	0.041

可见,方案二的标定值均值更接近真实值,同时标准差比方案一的标准差小,说明靶标布局采用均匀设计的相机内部参数标定精度优于靶标绕任意一轴旋转 $45^\circ$ 标定的精度.

### 2.3 第三组仿真结果

在随机噪声强度为0.3像素的情况下,计算500次,靶标的位姿分布采如表2所示,模型中考虑切向畸变和不考虑切向畸变,计算两者对相机内部参数的标定精度的影响.相机参数设置同上,2组内参的标定结果如表4所示.

表4 实验标定结果

( $a_x, a_y, u_0, v_0$  单位:像素)

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$	$k_1$	$k_2$	$p_1$	$p_2$
参数初始值	5 094.00	5 094.00	1 296.00	972.00	0.140	1.126	0.001	0.002
标定值均值(不考虑切向畸变)	5 094.01	5 093.98	1 295.93	971.88	0.140	1.127	0	0
标定值均值(考虑切向畸变)	5 094.10	5 094.08	1 295.87	971.74	0.140	1.117	0.001	0.002
标定值标准差(不考虑切向畸变)	0.87	0.84	0.29	0.32	0.001	0.034	0	0
标定值标准差(考虑切向畸变)	0.96	0.96	1.34	1.22	0.002	0.039	0.001	0.002

表4说明,相机模型中考虑切向畸变,使参数估计值多增加了2个,当估计值与真实值存在较大偏差时,考虑切向畸变的相机内部参数标定的标准差大于不考虑切向畸变的标准差,影响参数的标定精度.

## 3 现场实验部分

实验采用了三坐标测量机(型号:Global Image 7107;厂家:Brown & Sharpe Inc, USA),图像分辨率为 $2\ 596\text{pixel} \times 1\ 944\text{pixel}$ 的工业相机,特征点个数为 $16 \times 16$ ,特征点间距为33 mm的棋盘格大靶标,特征点个数为 $6 \times 6$ ,特征点间距为33 mm的棋盘格小靶标,以及亮度恒定的LED点阵光源,并在图像采集时保持外部环境和各硬件状态稳定.同时,实验统一约定以靶标的第一个角点为世界坐标系原点,如图2所示.

分别进行3组实验:第一组实验和第二组实验采用大靶标,将相机安装在三坐标测量机上.第三组实验采用小靶标,将其安装在三坐标测量机上.

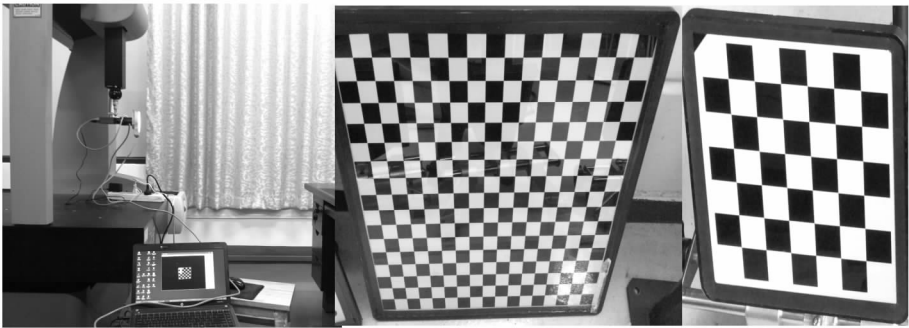


图2 实验器材

### 3.1 第一组实验

方案一:根据表3结论,靶标位姿分布采用均匀分散使内部参数标定精度较好,提出采用均匀分散性的靶标17个位姿摆放,如表5所示.方案二:采用表2的靶标位姿分布,分别得到2种方案的内部参数标定值,如表6所示.

表5 靶标位姿摆放

( $^\circ$ )

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
-40	0	0	0	-40	0
-30	0	0	0	-30	0
-20	0	0	0	-20	0
-10	0	0	0	-10	0
0	0	0	0	10	0
10	0	0	0	20	0
20	0	0	0	30	0
30	0	0	0	40	0
40	0	0			

表 6 实验标定结果

( $a_x, a_y, u_0, v_0$  单位:像素)

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$	$k_1$	$k_2$
方案一均值	3 948.51	3 948.65	1 341.52	955.41	0.003	0.849
方案二均值	3 950.47	3 949.44	1 336.81	945.45	0.028	0.495
方案一标准差	1.72	1.88	1.29	1.78	0.001	0.015
方案二标准差	1.52	1.68	0.73	0.57	0.001	0.013

表 6 数据表明基于均匀设计思想的靶标布局对实际试验的相机内部参数标定精度也有所提高。

### 3.2 第二组实验

在考虑切向畸变和不考虑切向畸变的 2 种情况下对内部参数的标定. 靶标的位姿分布如表 7 所示, 在上述 2 种情况下对内部参数标定, 标定值如表 8 所示.

表 7 靶标位姿分布

( $^\circ$ )

$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
-30	0	0	15	0	0	0	0	0
-15	0	0	30	-30	0	0	15	0
0	0	0	0	-15	0	0	30	0

表 8 实验标定结果

( $a_x, a_y, u_0, v_0$  单位:像素)

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$	$k_1$	$k_2$	$p_1$	$p_2$
考虑切向畸变均值	13 727.72	13 715.08	1 342.31	1 004.32	1.252	4.295	0.003	0.007
不考虑切向畸变均值	13 744.11	13 731.99	1 432.15	1 057.01	1.101	3.804	0	0
考虑切向畸变标准值	9.84	9.43	2.56	2.53	0.014	2.839	0	0
不考虑切向畸变标准值	9.26	9.07	1.09	1.31	0.011	2.162	0	0

可见, 相对于不考虑切向畸变, 考虑切向畸变时的内部参数标准差偏大, 对此, 将表 8 中参数(考虑切向畸变均值)作为已知条件, 得到相机的切向畸变量计算结果如表 9 所示.

表 9 相机的切向畸变量

像素

$P_{u_{max}}$	$P_{u_{min}}$	$P_{v_{min}}$	$P_{v_{min}}$
1.006 2	0.002 7	0.811 6	0.000 2

表 9 中,  $P_{u_{max}}, P_{u_{min}}$  为相机图像坐标系中  $u$  方向的最大和最小切向畸变量;  $P_{v_{max}}, P_{v_{min}}$  为相机图像坐标系中  $v$  方向的最大和最小切向畸变量. 可见, 得到较小切向畸变量的同时, 内参标定值的标准差却明显偏大.

### 3.3 第三组实验

本实验分为 2 组: 在考虑切向畸变和不考虑切向畸变的 2 种情况下, 第一组对靶标旋转角度的精度影响进行验证; 第二组对靶标平移的精度影响进行验证.

#### 1) 第一组实验

将靶标摆放 5 个不同的姿态, 每个姿态经过工业相机拍摄后, 获得一幅图像. 同时, 三坐标测量机测量靶标平面, 得到平面的法向量, 通过每个姿态的法向量计算它们之间的夹角, 并以此夹角作为参考值, 与标定的相机外部参数  $R, T$  计算的两两姿态之间的夹角相对比, 所拍 5 个姿态的图像如图 3 所示.

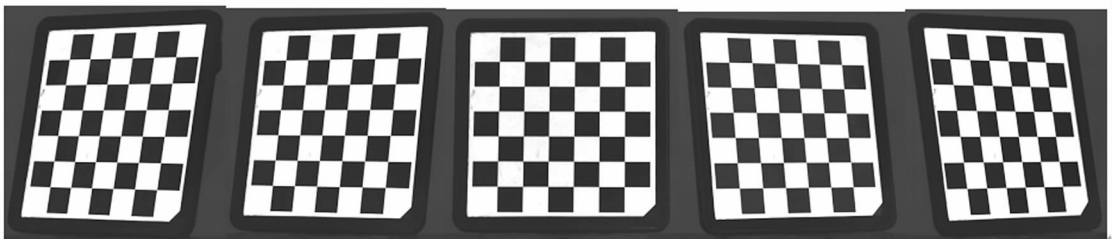


图 3 靶标姿态

通过张正友算法, 得到相机考虑切向畸变和不考虑切向畸变的情况下内部参数的标定值, 如表 10 所

示.三坐标测量机测量的各平面间的夹角如表 11 所示.

表 10 实验标定结果

	$\alpha_x$	$\alpha_y$	$u_0$	$v_0$
考虑切向畸变	13 722.69	13 702.96	1 531.63	1 011.76
不考虑切向畸变	13 719.18	13 705.17	1 383.68	1 020.74

像素

表 11 各平面之间的夹角

(°)

	第一与第二平面夹角	第二与第三平面夹角	第三与第四平面夹角	第四与第五平面夹角
三坐标测量机	12.00	26.60	29.20	15.01
考虑切向畸变	11.99	26.58	29.33	14.99
不考虑切向畸变	11.99	26.59	29.31	14.99

可见,靶标旋转后各平面之间的夹角与三坐标测量机测量的结果相接近,说明切向畸变对靶标旋转后各平面之间的夹角影响较小.

## 2) 第二组实验

相机正对靶标拍摄,将靶标平移 5 个位置,计算出靶标每次平移后,靶标原点的 5 个相对值的大小与三坐标测量机上设定的相对值大小的对比结果,如表 12 所示.

表 12 相对值

mm

	第一个位置与第二个位置 平移相对值	第二个位置与第三个位置 平移相对值	第三个位置与第四个位置 平移相对值	第四个位置与第五个位置 平移相对值
三坐标测量机	90.00	50.00	160.00	90.00
考虑切向畸变	89.82	42.50	154.68	89.80
不考虑切向畸变	90.29	49.52	161.85	90.29

从表 12 知,相机模型不考虑切向畸变时,靶标平移后,靶标原点之间的相对值与三坐标测量机初始设定的相对值相接近;而考虑切向畸变时,相对值与三坐标测量机初始设定的相对值有一定的差异.

## 4 结论

本文简单介绍了相机标定原理,阐述了将靶标位姿分布采用均匀设计思想的设计方法.通过一系列仿真和实际测试得到如下结论:对于靶标位姿的分布,采用均匀设计会使相机内部参数标定精度有所提高;而对于相机模型来说,切向畸变对内部参数影响较大,且对靶标平移多次后各相对值也有一定的影响,可能是内部参数估计值多增加 2 个,估计值与真实值之间存在较大偏差,使内部参数不稳定造成的;而对靶标旋转后各平面之间的夹角影响不大.因此,在工程中,修正切向畸变,减小它对相机内部参数的影响显得尤为重要.

## 参考文献:

- [1] 孙军华,张广军.基于柔性立体靶标的摄像机标定[J].光学学报,2009,29(12):3433-3439.
- [2] Tsai R Y. A versatile camera calibration technique for high accuracy 3-D machine metrology using off-the-shelf TV cameras and lens[J]. IEEE J on Robotics and Auto-mation, 1987, 3(4): 323-344.
- [3] Abdel-aziz Y I, Karara H M. Direct linear transformation from comparator coordinates into object space coordinates in close-range photogrammetry[C]. ASP Symposium on Close-Range Photogrammetry, 1971: 1-18.
- [4] Zhang Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
- [5] 方开泰.均匀设计与均匀设计表[M].北京:科学出版社,1994.
- [6] 赵前程,黄东兆.机器视觉 3D 四轮定位仪关键技术[J].仪器仪表学报,2013,34(12):2184-2190.
- [7] 于之靖,潘晓.基于构建初始测量网络的相机内部参数校准[J].光学学报,2012,32(11):1112003.1-7.
- [8] 许勇,郭鹏宇.相机靶标安装误差标定方法[J].光学学报,2013,33(4):0412008.1-9.
- [9] Zhang G, He J, Yang X. Calibrating camera radial distortion with cross-ratio invariability[J]. Optics and Laser Technology, 2003(35): 457-461.
- [10] Zhang Z Y. Camera calibration with one-dimensional object[J]. IEEE Transaction on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2004, 26(7): 892-899.