

# 变形 Liu 混沌系统的同步控制及电路实现

陆安山<sup>1,2</sup>, 陆益民<sup>2</sup>, 李晏新闻<sup>3,4</sup>

(1. 钦州学院 物理与电子工程学院, 广西 钦州 535000; 2. 广西大学 电气工程学院, 广西 南宁 530004;  
3. 高雄海洋科技大学 海事学院, 台湾 高雄 80543; 4. 泉州师范学院 航海学院, 福建 泉州 362000)

**摘要:** 针对一种变形 Liu 混沌系统, 研究其驱动与响应的单向耦合同步控制问题. 基于李雅普诺夫稳定性理论, 分析研究该变形 Liu 混沌系统稳定性, 提出系统的单向耦合控制系数建构方法, 通过 Matlab 软件进行数值研究该系统的驱动、响应系统的误差系统同步控制问题, 数值结果显示有效实现该系统的同步控制目标; 设计出同步控制电路原理, 并用 Multisim 电路仿真软件对其进行同步控制验证; 数值分析和电路仿真软件实验结果一致, 相互验证其正确性与有效性.

**关键词:** 变形 Liu 系统; 单向耦合; 同步控制; 电路实验

**中图分类号:** TP311 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2015)02-0087-06

## Synchronization control and circuit experiments of a new modified Liu chaotic system

Lu Anshan<sup>1,2</sup>, Lu Yimin<sup>2</sup>, Li - Yan Xinwen<sup>3,4</sup>

(1. College of Physics and Electronics Engineering, Qinzhou University, Qinzhou 535000, China;  
2. College of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China;  
3. College of Maritime, National Kaohsiung Marine University, Kaohsiung 80543, China;  
4. Navigation College, Quanzhou Normal University, Quanzhou 362000, China)

**Abstract:** Synchronization control problem of the one-way coupling was studied for a modified Liu chaotic system. Based on Lyapunov stability theory, the stability of the modified Liu chaotic system analysis was studied, the system one-way coupling coefficient of construction control method was proposed, the synchronization control problem was investigated by using Matlab software for the error system of response system, numerical effectively to realize the synchronization control goal of the system shows the design principle of the synchronous circuit; the synchronization control validation was controlled and carried by using Multisim circuit simulation software; numerical analysis and circuit simulation software, the experimental results are consistent, mutually verify its correctness and effectiveness.

**Keywords:** modified Liu chaotic system; a one-way coupling; synchronization control; experiment software circuit

混沌是非线性科学的一个分支、具有初值敏感、内秉随机性等动力学特点, 人们要利用混沌系统, 必然要对其施以控制, 以到达同步的目标. 随着 Pecora 等提出用驱动-响应控制混沌同步<sup>[1]</sup>后, 人们意识到混沌是可控、可利用的, 同时其在保密通信、生物医学、信息处理等方面的广泛应用前景, 使混沌及其同步控

制成为非线性科学研究热点<sup>[2-5]</sup>,也提出一些混沌同步控制方法,如反馈同步法<sup>[6]</sup>、激活控制法<sup>[7]</sup>、全局同步法<sup>[8]</sup>、基于观测器的同步法<sup>[9]</sup>;新混沌系统的建构与同步控制从未间断,研究者还从不同的专业需求,研究混沌的同步问题<sup>[10-15]</sup>,已经取得了一些理论成果,同步控制方法有的设置很复杂,对混沌同步控制的电路实现难度大,不利于混沌同步的实际应用.该文针从电路实现简单化角度出发,用单向耦合同步法对一种变形 Liu 混沌系统进行同步控制研究,应用稳定性理论,得出单向耦合反馈控制参数的取值范围,并用 Matlab 数值模拟软件、Multisim 电路仿真软件研究其同步控制问题,数值分析与电路设计都实现该系统的同步控制目标.

## 1 变形 Liu 混沌系统特性

文献[16]构造出一种新的变形 Liu 混沌系统,并通过研究其动力学行为、Lyapunov 指数及其维数,用 matlab 和电路仿真软件设计实现其奇怪吸引子、时域波形图等,验证了该系统的混沌特性,其数学模型为

$$\begin{cases} \dot{x} = a(y - x); \\ \dot{y} = bx - kxz + dy; \\ \dot{z} = -cz + hx^2. \end{cases} \quad (1)$$

当参数取  $a = 10, b = 40, c = 2.5, d = 4, k = 1, h = 4$  时,初始值为  $(0.01, 0.20, 0.00)$  时,该系统吸引子的相图、时域波形图如图 1 所示.

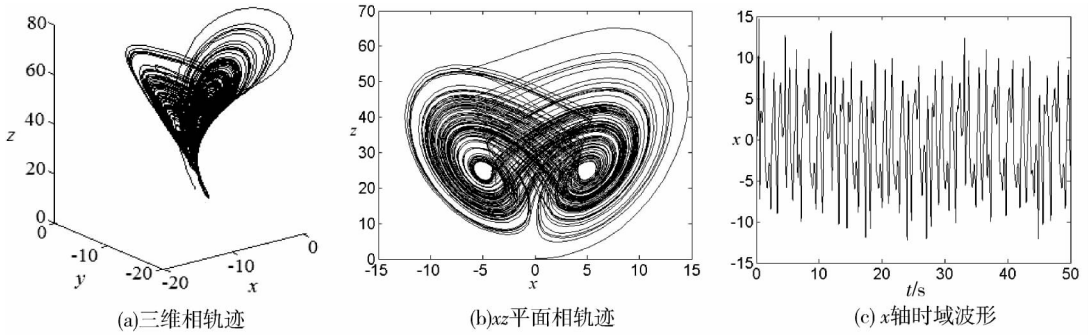


图 1 系统吸引子的相图、时域波形图

## 2 变形 Liu 混沌系统的同步控制

该文用单向耦合同步法<sup>[17-18]</sup>,研究该变形 Liu 系统的同步控制问题.其基本原理是,设某系统  $\dot{X} = F(X)$ , 其驱动系统为  $\dot{X} = F(X)$ 、响应系统为  $\dot{Y} = F(Y) + \alpha E(Y - X)$ , 其中  $\alpha$  为增益或耦合强度,  $E$  为响应系统与驱动系统变量线性之差的矩阵,则系统误差为  $e = Y - X$ , 即系统的稳定性转变成误差系统的稳定性问题.

新的变形 Liu 混沌系统的数学模型如式(1),则可得其驱动系统和响应系统分别为式(2)和式(3).

$$\text{驱动系统为} \begin{cases} \dot{x}_1 = a(y_1 - x_1); \\ \dot{y}_1 = bx_1 - kx_1z_1 + dy_1; \\ \dot{z}_1 = -cz_1 + hx_1^2. \end{cases} \quad (2)$$

$$\text{响应系统为} \begin{cases} \dot{x}_2 = a(y_2 - x_2) - k_1(x_2 - x_1); \\ \dot{y}_2 = bx_2 - kx_2z_2 + dy_2 - k_2(y_2 - y_1); \\ \dot{z}_2 = -cz_2 + hx_2^2 - k_3(z_2 - z_1). \end{cases} \quad (3)$$

$$\text{其中 } k_1, k_2, k_3 \text{ 为反馈放大倍数, 设} \begin{cases} e_1 = x_2 - x_1; \\ e_2 = y_2 - y_1; \\ e_3 = z_2 - z_1. \end{cases} \quad (4)$$

$$\text{则有误差系统为} \begin{cases} \dot{e}_1 = \dot{x}_2 - \dot{x}_1; \\ \dot{e}_2 = \dot{y}_2 - \dot{y}_1; \\ \dot{e}_3 = \dot{z}_2 - \dot{z}_1. \end{cases} \quad (5)$$

将式(2)~式(4)代入式(5)并整理得:

$$\begin{cases} \dot{e}_1 = a(y_2 - y_1) - a(x_2 - x_1) - k_1(x_2 - x_1) = -(k_1 + a)e_1 + ae_2; \\ \dot{e}_2 = b(x_2 - x_1) - k(x_2z_2 - x_1z_1) + d(y_2 - y_1) - k_2(y_2 - y_1) = (b - kz_2)e_1 + (d - k_2)e_2 - kx_1e_3; \\ \dot{e}_3 = -c(z_2 - z_1) + h(x_2^2 - x_1^2) - k_3(z_2 - z_1) = -(c + k_3)e_3 + he_1(x_2 + x_1). \end{cases} \quad (6)$$

$$\text{取正定李雅普诺夫函数为 } V(t) = \frac{1}{2}(e_1^2 + e_2^2 + e_3^2). \quad (7)$$

$$\text{则有 } \dot{V}(t) = e_1\dot{e}_1 + e_2\dot{e}_2 + e_3\dot{e}_3. \quad (8)$$

将式(4)~式(6)代入式(8)得:

$$\dot{V}(t) = -(k_1 + a)e_1^2 + (d - k_2)e_2^2 - (c + k_3)e_3^2 + (a + b - kz_2)e_1e_2 + h(x_2 + x_1)e_1e_3 - kx_1e_2e_3, \text{利用}$$

$$x_n e_n e_m = (ae_n^2 + \frac{x_n^2}{4a}e_m^2) - (\sqrt{a}e_n - \frac{x_n}{2\sqrt{a}}e_m)^2 \text{ 整理可得:}$$

$$\begin{aligned} \dot{V}(t) = & -(k_1 + a - 2ha - 1)e_1^2 - (k_2 - d - \frac{(a + b - kz_1)^2}{4} - ak)e_2^2 - [c + k_3 - \frac{h}{4a}(x_1^2 + x_2^2) + \frac{k}{4a}x_1^2]e_3^2 - \\ & h(\sqrt{a}e_1 - \frac{x_1}{2\sqrt{a}}e_3)^2 - h(\sqrt{a}e_1 - \frac{x_2}{2\sqrt{a}}e_3)^2 - (e_1 - \frac{a + b - kz_1}{4}e_2)^2 - k(\sqrt{a}e_2 + \frac{x_1}{2\sqrt{a}}e_3)^2. \end{aligned} \quad (9)$$

因为  $V(t)$  为正定,只要取

$$k_1 > 2ha + 1 - a, k_2 > d + \frac{(a + b - kz_1)^2}{4} + ak, k_3 > \frac{h}{4a}(x_1^2 + x_2^2) - c - \frac{k}{4a}x_1^2. \quad (10)$$

必有  $\dot{V}(t) \leq 0$ , 由李雅普诺夫稳定性定理可知,此时误差系统式(6)渐近稳定,即驱动系统式与响应系统式(3)满足渐近同步条件,也就是只要取适应的  $k_1, k_2, k_3$  的值,驱动系统式(2)与响应系统式(3)将渐近达到同步化目标,由于混沌系统是有界的,容易找到满足式(10)的  $k_1, k_2, k_3$  值.

为了验证理论分析的正确性,用 matlab 对误差系统(6)进行数值仿真分析,初始值分别取  $x_1(0) = -10, x_2(0) = -20, x_3(0) = 30, y_1(0) = 10, y_2(0) = 20, y_3(0) = 5, e_1(0) = 20, e_2(0) = 40, e_3(0) = -25$  仍取系统(1)混沌时的参数,即  $a = 10, b = 40, c = 2.5, d = 4, k = 1, h = 4$ .

根据(10)的取值范围,取  $k_1 = 80, k_2 = 5, k_3 = 55$ , 数值仿真结果如图2、图3所示,图2、图3表明混沌系统式(1)的响应系统和驱动系统仍为混沌状态,响应系统和驱动系统之间的误差系统快速达到同步.研究还发现反馈系数不同时,混沌系统式(1)的驱动系统与响应系统的同步时间不同.

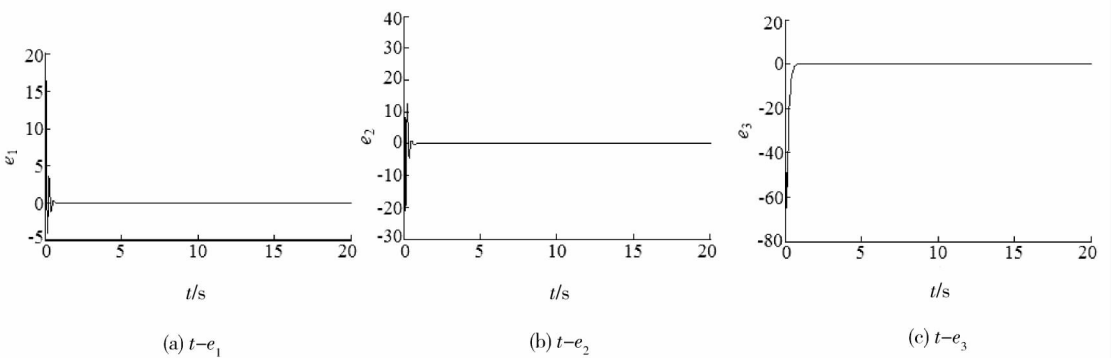


图2 变形 Liu 混沌系统的同步误差

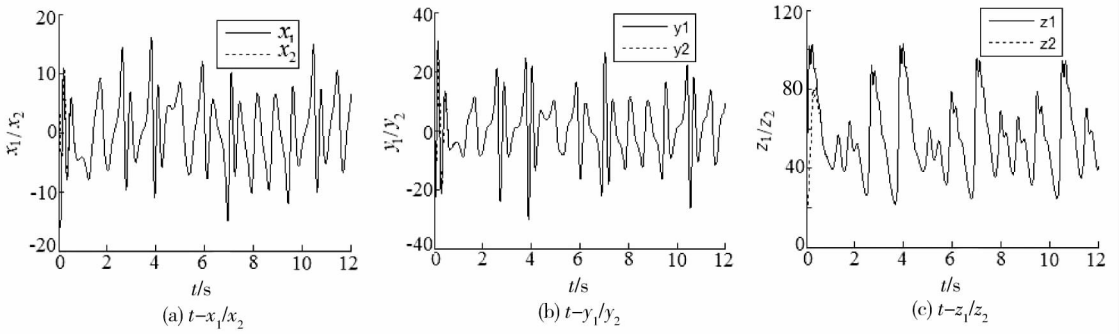


图3 驱动系统式(2)与响应系统式(3)相图

### 3 变形 Liu 混沌系统同步控制的电路设计实现

设计出实现变形 Liu 混沌系统同步控制电路原理图如图4所示,该电路由4个乘法器、14个反向比例运算电路、4个积分电路以及6个反向加法电路构成,按照电路理论知识和各运算电路的运算特点,可得电路方程为

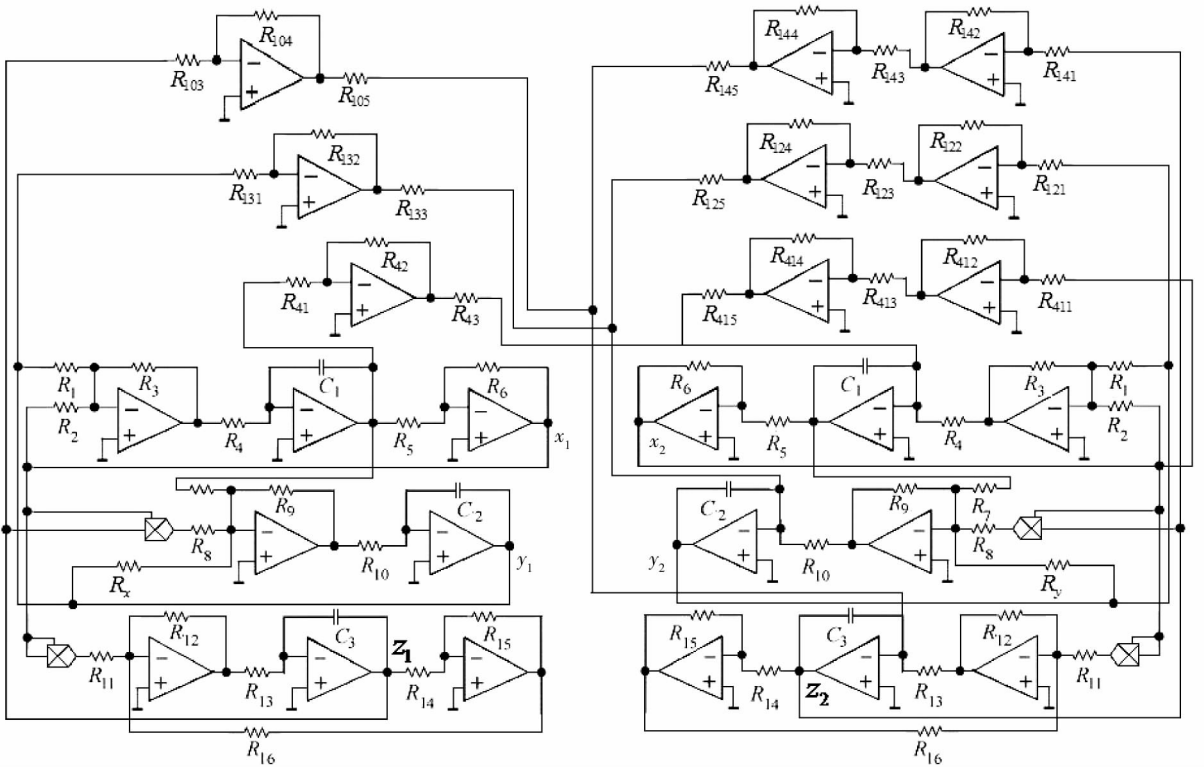


图4 电路原理图

$$\begin{cases}
 \dot{x}_1 = \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} y_1 - \frac{R_3 R_6}{R_2 R_4 R_5 C_1} x_1; \\
 \dot{y}_1 = \frac{R_9}{R_7 R_{10} C_2} x_1 - \frac{R_6 R_9}{10 R_5 R_8 R_{10} C_2} x_1 z_1 + \frac{R_9}{R R_{10} C_2} y_1; \\
 \dot{z}_1 = -\frac{R_{12} R_{15}}{R_{13} R_{14} R_{16} C_3} z_1 + \frac{R_6^2 R_{12}}{10 R_5^2 R_{11} R_{13} C_3} x_1^2.
 \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \dot{x}_2 = \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} y_2 - \frac{R_3 R_6}{R_2 R_4 R_5 C_1} x_2 - \left( \frac{R_{412} R_{414}}{R_{411} R_{413} R_{415} C_1} x_2 - \frac{R_{42}}{R_{41} R_{42} C_1} x_1 \right); \\ \dot{y}_2 = \frac{R_9}{R_7 R_{10} C_2} x_2 - \frac{R_6 R_9}{10 R_5 R_8 R_{10} C_2} x_2 z_2 + \frac{R_9}{R R_{10} C_2} y_2 - \left( \frac{R_{1122} R_{124}}{R_{121} R_{123} R_{125} C_2} y_2 - \frac{R_{132}}{R_{131} R_{133} C_2} y_1 \right); \\ \dot{z}_2 = -\frac{R_{12} R_{15}}{R_{13} R_{14} R_{16} C_3} z_2 + \frac{R_6^2 R_{12}}{10 R_5^2 R_{11} R_{13} C_3} x_2^2 - \left( \frac{R_{142} R_{144}}{R_{141} R_{143} R_{145} C_3} z_2 - \frac{R_{104}}{R_{103} R_{105} C_3} z_1 \right). \end{cases} \quad (12)$$

式(11)、式(12)分别与式(2)、式(3)比较,有:

$$\begin{aligned} a &= \frac{R_3}{R_1 R_4 C_1} = \frac{R_3 R_6}{R_2 R_4 R_5 C_1}, b = \frac{R_9}{R_7 R_{10} C_2}, k = \frac{R_6 R_9}{10 R_5 R_8 R_{10} C_2}, d = \frac{R_9}{R R_{10} C_2}, c = \frac{R_{12} R_{15}}{R_{13} R_{14} R_{16} C_3}, \\ h &= \frac{R_6^2 R_{12}}{10 R_5^2 R_{11} R_{13} C_3}, k_1 = \frac{R_{412} R_{414}}{R_{411} R_{413} R_{415} C_1} = \frac{R_{42}}{R_{41} R_{42} C_1}, k_2 = \frac{R_{1122} R_{124}}{R_{121} R_{123} R_{125} C_2} = \frac{R_{132}}{R_{131} R_{133} C_2}, \\ k_3 &= \frac{R_{142} R_{144}}{R_{141} R_{143} R_{145} C_3} = \frac{R_{104}}{R_{103} R_{105} C_3}. \end{aligned}$$

当取  $C_1 = C_2 = C_3 = 1 \text{ uF}$ ,  $R_{42}, R_{412}, R_{104}, R_{131}, R_{141}, R_{142}, R_{144}, R_{411}, R_{132}, R_{121}, R_{122}, R_{125}, R_{133}, R_{124}, R_{414} = 2 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{43} = R_{413} = 5 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{14}, R_1, R_3, R_5, R_7, R_{11}, R_{12}, R_{125}, R_{133}, R_{14}, R_{15} = 10 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{105} = R_{145} = 16 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{41}, R_{413} R_2, R_6 = 20 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{103} = R_{143} = 25 \text{ k}\Omega$ ,  $R_x = R_y = R_4 = R_{10} = R_{13} = 100 \text{ k}\Omega$ ,  $R_8 = 8 \text{ k}\Omega$ ,  $R_{131} = R_{123} = 50 \text{ k}\Omega$ ,  $R_9 = R_{16} = 40 \text{ k}\Omega$  时,有  $a = 10, b = 40, c = 2.5, d = 4, k = 1, h = 4, k_1 = 80, k_2 = 5, k_3 = 55$ .

在实验电路中,乘法器采用 AD633JN、运算放大器采用 AD711JN,选择  $\pm 15 \text{ V}$  双电源供电,运行所设计的电路,用数字示波器观察到同步控制结果如图 5 所示,与数值分析所得的结果一致,证明电路实现可行。

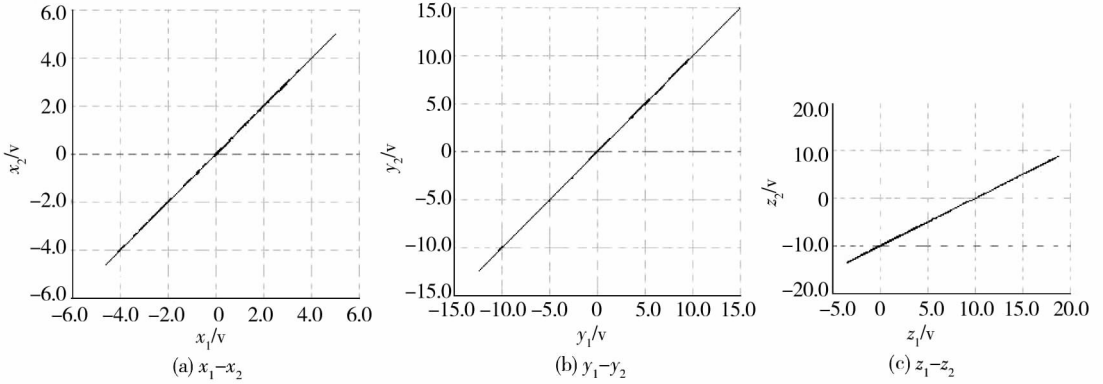


图5 相应状态变量相图

## 4 结论

该文利用单向耦合同步控制法实现了变形 Liu 混沌系统的同步控制,理论求解出耦合强度的取值范围,数值模拟和电路设计实验都实现其同步控制目标,同步实验电路设计实验与数值仿真结果一致,进一步证明该系统的存在性和可同步化目标,其控制器较为简单、利于实现,更利于实际混沌同步控制应用的实现,对混沌系统的实际应用提供有益的帮助。

## 参考文献:

[1] Pecora L M, Carroll T L. Synchronization in chaotic systems[J]. Physical Review Letters, 1990, 64(8): 821 - 826.  
 [2] Chua L O, Itoh M, Kocarev L, et al. Chaos synchronization in Chua's circuits[J]. Journal of Circuit (Systems and Computers),

1993,3(1):93-108.

- [3] Agiza H N, Yassen M T. Synchronization of Roessler and Chen dynamical systems using active control[J]. *Physics Letters A*, 2001,278(37):191-197.
- [4] 刘强,方锦清,赵耿,等. 束晕-混沌同步控制及若干加密方法研究进展[J]. *复杂系统与复杂性科学*,2014,11(1):23-40.
- [5] 李震波,唐驾时. 参数扰动下的混沌同步控制及其保密通信方案[J]. *控制理论与应用*,2014,31(5):592-600.
- [6] Etemadi S, Alasty A, Salarieh H. Synchronization of chaotic systems with parameter uncertainties via variable structure control [J]. *Physics Letters A*,2006,357(6):17-21.
- [7] Wang X Y, Xu M, Zhang H G. Two adaptive synchronization methods of uncertain Chen system[J]. *International Journal of Modern Physics B*,2009,23(26):5163-5169.
- [8] 安新磊,张建刚,张明旺. 3个耦合 Rossler 系统的全局同步及其新的混沌加密方法[J]. *河北师范大学学报(自然科学版)*,2012,36(1):27-31.
- [9] 韩冬,朱芳来. 基于高增益降维观测器的一类混沌同步[J]. *物理学报*,2013,62(12):131-142.
- [10] 陆安山. 新三维混沌系统及其同步的电路实验研究[J]. *长江大学(自然科学版)*,2008,5(2):106-108,122.
- [11] 屈双惠,容旭巍,吴淑花,等. 一个四翼超混沌系统的电路实现及其同步控制[J]. *华中师范大学学报(自然科学版)*, 2013,47(2):189-194.
- [12] Luo M W, Luo X H, Li H Q. A family of four-dimensional multi-wing chaotic system and its circuit implementation[J]. *Acta Physica Sinica*. 2013,62(2):020512-1-020512-6.
- [13] 董俊,张广军,姚宏,等. 分数阶异结构超混沌系统完全同步与反相同步控制[J]. *动力学与控制学报*,2014,12(2):119-126.
- [14] 盖功琪,丛薪蓉,刘红,等. 新混沌系统的全局渐进同步控制研究[J]. *黑龙江大学自然科学学报*,2014,31(4):448-454.
- [15] 王海鹰,李祖枢,龙菊舒. 一类三维动力系统的同步控制与仿真[J]. *计算机工程与应用*,2012,7:217-218,230.
- [16] 陆安山,陆益民. 一种变形 Liu 混沌系统的分析及电路实现[J]. *江西师范大学学报(自然科学版)*,2014,38(5):468-471.
- [17] 陈娟,张荣,徐振源,等. 参数激励下单向耦合的 Lorenz 系统广义同步复杂性[J]. *系统仿真学报*,2013,25(7):1451-1459.
- [18] 李群宏,杨丹,闫玉龙. 单向耦合 Lorenz-Rossler 系统的多参数分岔[J]. *动力学与控制学报*,2013,11(3):203-210.