

非线性刚度转子系统振幅突变 控制策略的分析

程敏^{1*}, 潘勇², 刘保国¹

(1.河南工业大学 机电工程学院,河南 郑州 450001;2.河南机电职业学院 机械工程学院,河南 郑州 451191)

摘要:利用平均法推导了非线性刚度转子系统的频率响应方程,结合突变理论求出了转子系统振幅突变的突变流形和分叉集,根据突变流形和分叉集确定了非线性刚度参数、激励频率和偏心距等引起转子系统振幅突变的影响因素,讨论了激励频率和非线性刚度参数的取值范围,提出了利用电磁辅助支撑装置产生的非线性刚度参数控制转子系统振幅突变的技术方案,给出了动态激励频率和综合非线性刚度参数的取值范围,得到了线性和非线性电磁支撑刚度参数的设计准则,奠定了非线性刚度转子系统振幅突变控制的理论基础。

关键词:转子系统;非线性刚度;电磁辅助支撑装置;振幅突变控制

中图分类号:TH113.1;O192

文献标志码:A

文章编号:1672-9102(2018)02-0040-07

Analysis on Amplitude Catastrophe Control Strategy for Rotor System with Nonlinear Stiffness

Cheng Min¹, Pan Yong², Liu Baoguo¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Henan University of Technology, Zhengzhou 450001, China;

2. School of Mechanical Engineering, Henan Mechanical and Electrical Vocational College, Zhengzhou 451191, China)

Abstract: The frequency response equation of the rotor system with nonlinear stiffness was deduced by using the averaging method, and the amplitude catastrophe manifold and bifurcation set were also calculated by means of the catastrophe theory. The non-linear stiffness coefficient, the excitation frequency and the eccentricity that caused the amplitude catastrophe of the rotor system were determined, with the help of the amplitude catastrophe manifold and bifurcation set. At the same time the scope of the nonlinear stiffness coefficient and the excitation frequency was provided. The control scheme that the nonlinear stiffness coefficient which produced by a auxiliary electromagnetic support device using to control amplitude catastrophe of the rotor system was proposed. According to the value range of the excitation frequency and the nonlinear stiffness coefficient, the design guidelines were given for linear and nonlinear electromagnetic support stiffness coefficient, and the theoretical basis of amplitude catastrophe control for rotor system with the non-linear stiffness coefficient was established.

Keywords: rotor system; nonlinear stiffness; auxiliary electromagnetic support device; amplitude catastrophe control

突变现象广泛存在于旋转机械领域.例如,实际工作转子系统的刚度通常具有非线性特点^[1-2],这种非线性刚度使得转子系统存在分叉现象,从而导致转子系统随着激励幅值或激励频率的连续缓慢变化而产生振幅突变现象^[3-4].振幅突变将使转子系统出现突变故障(如碰摩故障),而这种突变故障一般具有随

收稿日期:2015-02-14

基金项目:河南省教育厅科学技术研究重点资助项目(14A460011);河南省重点科技攻关项目(152102210366)

*通信作者,E-mail:chengminhappy2006@163.com

机性,发生前无明显征兆,无法依靠事前检查或监测提前进行预防,具有极强的破坏性和危险性^[5-6].因此,控制非线性刚度转子系统的振幅突变,对于减少旋转机械突变故障的发生具有重要意义.

目前,国内外学者结合突变理论对非线性刚度转子系统振幅突变的控制问题进行了初步研究,取得了一系列研究成果.Adams^[7]通过分析蒸汽发电机组不平衡振动现象,指出转子系统在不平衡质量较大的情况下将会产生振幅突变现象.Marco^[8]通过采用突变理论分析带柔性转轴的平面运动系统的稳定性问题,划分了不会发生突变的稳定工作区域和会发生突变的不稳定区域,对转子系统振幅突变控制具有一定的启示作用.李录平^[9]等人结合透平发电机组碰摩故障动力学模型,提出了通过控制转子系统的非线性刚度参数和偏心距参数来实现转子振幅突变现象的控制方案,该方案仅仅从定性层面讨论了控制振幅突变的相关措施,无法实现定量控制,不利于工程实际应用.随后,刘华峰^[10]、李建兰^[11]、裴海林^[12]等人结合具体的突变故障类型,利用突变理论从理论上提出了一些控制振幅突变的措施,但没有探讨利用何种执行器实现这些控制措施,进而来解决振幅突变的控制问题.事实上,根据突变理论分析转子系统振幅突变产生的机理,利用变参数执行器从本质上控制振幅突变发展进程的支配参数,完全可以减少甚至消除振幅突变现象.

有别于以上研究,本文以非线性刚度转子系统为研究对象,利用平均法求得转子系统的频率响应方程,结合突变理论求出转子系统振幅突变的发生条件,探讨了振幅突变时激励频率和非线性刚度参数的取值范围,从理论上提出一种利用电磁辅助支撑装置的非线性刚度参数实现转子系统振幅突变控制的技术方案,为转子系统振幅突变的控制奠定理论基础.

1 非线性转子系统的频率响应方程

为简化计算,仅考虑非线性刚度转子系统 x 方向的振动,转子系统在 x 方向的振动可用如下形式的运动微分方程描述^[13-14]:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_b x^3 = me\omega^2 \cos\omega t. \quad (1)$$

式中: x 为决定系统位置的坐标; t 为时间; m 为转子质量; c 为阻尼; k 为转轴刚度; k_b 为转轴非线性刚度; e 为偏心距; ω 为激励频率,此处可看作转轴的角速度.

将式(1)的2边同时除以 m ,可得如下形式的达芬方程:

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega_0^2 x + k_b x^3 = f \cos\omega t. \quad (2)$$

式中: μ 为阻尼系数, $\mu = \frac{c}{2m}$; ω_0 为转子固有频率, $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$; k_b 为非线性刚度系数, $k_b = \frac{k_b}{m}$; f 表示单位质量偏心激振力, $f = e\omega^2$.

利用平均法求式(2)的频率响应方程^[15].对于主共振情况,令

$$\omega_0^2 = (1 - \varepsilon\sigma) \omega^2. \quad (3)$$

式中: ε 表示小参数; σ 为协调因子,表示激励频率 ω 与转子固有频率 ω_0 的相似程度.

则式(2)可转化为

$$\ddot{x} + \omega^2 x = \varepsilon F. \quad (4)$$

式中:

$$F = -2\mu\dot{x} + \sigma\omega^2 x - k_b x^3 + f \cos\omega t. \quad (5)$$

令式(4)的解为

$$x = a \cos\varphi. \quad (6)$$

式中: $\varphi = \omega t + \theta$. 根据平均法可知,当 ε 足够小时,实际观察到的转子系统的运动与周期运动十分接近, a , θ 可考虑为时间 t 的慢变函数^[15],则有

$$\dot{a} \cos\varphi - a\dot{\theta} \sin\varphi = 0. \quad (7)$$

分别对式(6)求一阶和二阶导数,可得

$$\dot{x} = -a\omega \sin\varphi; \quad (8)$$

$$\ddot{x} = -\dot{a}\omega\sin\varphi - a\omega^2\cos\varphi - a\omega\dot{\theta}\cos\varphi. \quad (9)$$

将式(9)和式(6)代入式(4),再结合式(7)可得

$$\begin{cases} \dot{a} = -\frac{\varepsilon}{\omega}F\sin\varphi; \\ a\dot{\theta} = -\frac{\varepsilon}{\omega}F\cos\varphi. \end{cases} \quad (10)$$

令 $a = \varepsilon P, \varphi = \varepsilon Q$, 则

$$\begin{cases} \dot{P} = -\frac{1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi} F\sin\varphi d\varphi; \\ a\dot{Q} = -\frac{1}{2\pi\omega}\int_0^{2\pi} F\cos\varphi d\varphi. \end{cases} \quad (11)$$

为求得稳态解,令 $\dot{P} = 0, \dot{Q} = 0$, 可得

$$\begin{cases} -2\mu a\omega + f\sin\theta = 0; \\ \sigma\omega^2 a - \frac{3}{4}a^3 k_b + f\cos\theta = 0. \end{cases} \quad (12)$$

消去变量 θ , 可以求得系统的频率响应方程:

$$4\mu^2 a^2 \omega^2 + \left(\frac{3}{4}a^3 k_b - \sigma\omega^2 a\right)^2 = f^2. \quad (13)$$

在某些参数满足一定的条件时,根据式(13)可以作出非线性刚度转子系统的共振曲线,如图1所示.

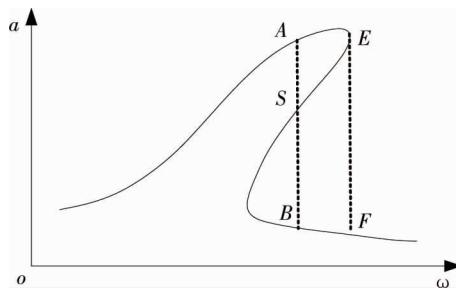


图1 非线性刚度转子系统的共振曲线

对于一定的 ω 值,振幅 a 可以取 A, S, B 这 3 个不同的值,其中 S 点的振动是不稳定的.如果系统受到外界的扰动,振幅 a 就会从 A 点突跳到 B 点.当 ω 值缓慢超过临界点 E 时,振幅 a 将从 E 点突跳到 F 点.这是振幅突变的 2 种基本情况.振幅发生突变时,转子系统的运动状态将会在瞬间发生急剧变化,从而引起突变故障的发生,如突变碰摩故障、油膜失稳等.为了控制转子系统的振幅突变现象,下面结合突变理论从定量层面来探讨振幅突变产生的条件.

2 非线性转子系统振幅突变发生的条件

如果令 $y = a^2 - \frac{8\sigma\omega^2}{9k_b}$, 则式(13)可转化为

$$\begin{cases} 4y^3 + 2uy + v = 0; \\ u = \frac{32}{9k_b^2}\left(4\mu^2\omega^2 - \frac{\sigma^2\omega^4}{3}\right); \\ v = \frac{64}{9k_b^2}\left(\frac{32\sigma\mu^2\omega^4}{9k_b} + \frac{8\sigma^3\omega^6}{81k_b} - f^2\right). \end{cases} \quad (14)$$

式中: y 为状态变量; u, v 为控制变量, u 为分裂因子, v 为正则因子.结合突变理论,根据式(14)及其一阶导

数,可得尖点突变模型的分叉集 C :

$$8u^3 + 27v^2 = 0. \quad (15)$$

根据式(14)和式(15)可得突变流形和分叉集的曲面和曲线图形,如图2所示.该突变模型的分叉集在坐标原点处呈现变尖现象,故得名尖点突变模型.突变流形 M 可分为上、中、下三叶.当 $u > 0$ 时, v 的连续变化只会引起 y 的光滑变化,不会引起突变,系统处于平衡状态;当 $u < 0$ 且 v 在区域 D 中连续变化将导致 y 的不连续变化,将在上、下叶之间跳动,出现突变现象,系统处于非平衡状态,中叶即为不平衡区域.分叉集 C 将控制平面分为突变区域和渐变区域2部分,图2中阴影区域 D 即为突变区域.由上可知,转子系统振幅突变发生的条件是^[10, 13]

$$\begin{cases} u < 0; \\ 8u^3 + 27v^2 < 0. \end{cases} \quad (16)$$

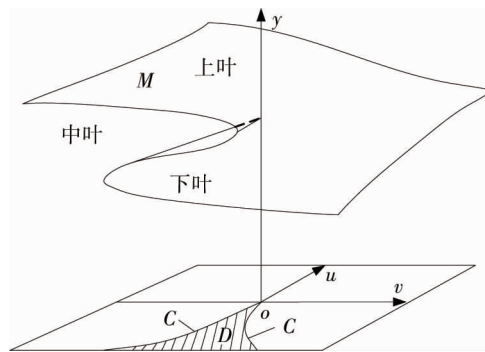


图2 尖点突变模型的突变流形和分叉集

由式(16)可知:转子系统振幅突变的影响因素包括:阻尼系数 μ , 激励频率 ω , 非线性刚度系数 k_b , 偏心距 e 和转子固有频率 ω_0 . 在转子系统结构一定的情况下, 阻尼系数 μ 和转子固有频率 ω_0 可以近似看为常数, 因而引起转子系统振幅突变的参数只有非线性刚度系数 k_b , 激励频率 ω 和偏心距 e . 通过调整这3个参数可以避免振幅突变现象的发生.

根据式(16)的第1个不等式,可得振幅突变时激励频率 ω 的取值范围:

$$\omega > \frac{2\sqrt{3}\mu}{\sigma}. \quad (17)$$

当转子系统的激励频率 ω 满足式(17)的要求时,并不能保证振幅突变现象的发生, ω 有可能会落在突变区域外面.当转子系统的激励频率 ω 和偏心距 e 为定值,且 ω 满足式(17)的要求时,引起转子系统振幅突变的因素仅为非线性刚度系数 k_b .

根据式(16)的第2个不等式,可得振幅突变时非线性刚度系数 k_b 的取值范围:

$$\begin{cases} \alpha - \beta < k_b < \alpha + \beta; \\ \alpha = \frac{8\sigma}{81e^2}(36\mu^2 + \sigma^2\omega^2); \\ \beta = \frac{8\sqrt{3}\left(\frac{\sigma^2\omega^2}{3} - 4\mu^2\right)^{\frac{3}{2}}}{27e^2\omega}. \end{cases} \quad (18)$$

注意,只有在式(17)和式(18)同时得到满足时,转子系统才会发生振幅突变.在工程实践中,当激励频率 ω 能够避开振幅突变取值区间时,式(18)不存在,此时转子系统不会发生振幅突变现象;当激励频率 ω 不能避开振幅突变取值区间时,应避免非线性刚度系数 k_b 在其振幅突变区间取值,否则就会发生振幅突变现象.如果 k_b 不能避开其振幅突变区间取值,就需要采取相应的非线性变刚度措施,使转子系统的非线性刚度系数避开此区间,从而避免转子系统发生振幅突变现象.另外,根据式(18)可知,通过实施非线性

变刚度措施,调整转子系统的动力学参数,有利于缩小非线性刚度参数 k_b 的取值区间,减小其落入突变区间的概率.

3 非线性转子系统振幅突变的控制策略

由上可知,转子系统的非线性刚度参数 k_b 在式(18)得到满足后将引起振幅突变现象.为了消除转子系统振幅突变带来的不利影响,可将具有非线性变刚度功能的电磁辅助支撑装置引入到转子系统中,从而消除或减弱非线性刚度参数对转子系统振幅突变带来的不利影响^[16].该装置的基本结构类似磁悬浮轴承,对称磁极上的励磁电流相同,不具有反馈控制功能,仅向转子系统提供电磁辅助支撑刚度参数,如图3所示.图中 h 为磁极间的静态间隙, x 为转轴位移,且 $0 \leq x \leq h$.忽略磁极间的漏磁和磁滞影响,主磁通路如图3虚线所示,此时电磁辅助支撑装置的电磁力为^[17-18]

$$F_x = \frac{\lambda \mu_0 S N^2 I^2}{4} \left[\frac{1}{(h-x)^2} - \frac{1}{(h+x)^2} \right]. \quad (19)$$

式中: N 为线圈匝数; S 为磁极的有效面积; λ 是考虑间隙处磁通不均匀分布所产生误差时加上的修正系数^[19],且 $\lambda = (1+0.1ag)^{-1}$, $a=3\sim 5$; μ_0 为空气磁导率,且 $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ H/m; I 为励磁电流.

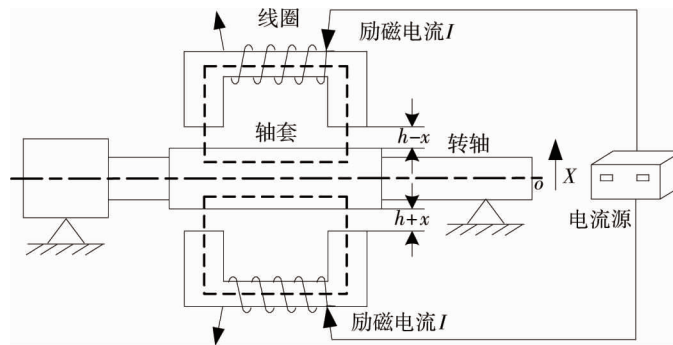


图3 转子系统中的电磁辅助支撑装置

将式(19)在 $x=0$ 处进行泰勒级数展开,保留三次项,可得

$$F_x = k_D x + k_N x^3. \quad (20)$$

式中:

$$k_D = \frac{\lambda \mu_0 S N^2}{h^3} I^2; \quad (21)$$

$$k_N = \frac{3\lambda \mu_0 S N^2}{h^5} I^2. \quad (22)$$

显然,电磁力的一次项系数 k_D 是电磁辅助支撑装置的线性电磁支撑刚度参数^[20];三次项系数 k_N 则反映了电磁辅助支撑装置的非线性刚度特性,称为非线性电磁支撑刚度参数.

当电磁辅助支撑装置工作时,转子系统的微分运动式(1)中将增加电磁力项,即

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx + k_B x^3 = m\omega^2 \cos\omega t + F_x. \quad (23)$$

将式(20)带入式(23),整理可得

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + (k - k_D)x + (k_B - k_N)x^3 = m\omega^2 \cos\omega t. \quad (24)$$

将式(24)的2边同时除以 m ,可得

$$\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega_d^2 x + k_s x^3 = f \cos\omega t. \quad (25)$$

式中: ω_d 表示转子系统的动态固有频率; k_s 表示转子系统的综合非线性刚度系数,且

$$\omega_d = \sqrt{\frac{k - k_D}{m}}; \quad (26)$$

$$k_s = \frac{k_B - k_N}{m}. \quad (27)$$

由式(26)可知:当向转子系统引入电磁辅助支撑装置时,转子系统的动态固有频率将会随着 k_D 值的增大而降低,为了保证转子系统的稳定性, k_D 值应远远小于 k ,而根据式(17)可知这种情况有利于转子系统远离振幅突变激励频率值.根据式(27)可知:非线性刚度项将会随着 k_N 值的增大而减小,甚至完全消除,此时转子系统可看成线性系统,彻底消除振幅突变现象.这就是实施非线性变刚度控制转子系统振幅突变的切入点.在实施振幅突变控制时,需要讨论以下2种情况:

1) 综合非线性刚度参数 $k_s = 0$, 即 $k_N = k_B$, 此时式(1)中的非线性刚度项完全消除,非线性刚度转子系统变为线性转子系统,转子振幅将不会出现突变现象,这种情况可称为振幅突变的完全控制.在实施完全控制策略时,首先应利用转子系统参数识别技术把转轴刚度参数 k 和 k_B 识别出来作为已知参数;然后调节电磁辅助支撑装置的励磁电流,使得 $k_N = k_B$;最后根据式(21)和式(22)求出此时的 k_D ,并保证式(26)恒成立.事实上,为了保证转子系统的稳定性,要求 k_D 远远小于 k ,因此,可以说电磁辅助支撑装置的电流调节范围是有限的.

2) 综合非线性刚度参数 $k_s \neq 0$, 即 $k_B > k_N$ 或 $k_B < k_N$, 此时式(1)中的非线性刚度项不能完全消除,这种情况可称为振幅突变的不完全控制.为了防止 ω_d, k_s 落入振幅突变参数取值区间,根据式(17)和式(18)可得转子系统动态固有频率 ω_d 的取值范围:

$$0 < \omega_d < \frac{2\sqrt{3}\mu}{\sigma}. \quad (28)$$

同时,可得综合非线性刚度参数 k_s 的取值范围:

$$\begin{cases} k_s < \alpha' - \beta' \text{ 或 } k_s > \alpha' + \beta'; \\ \alpha' = \frac{8\sigma}{81e^2}(36\mu^2 + \sigma^2\omega_d^2); \\ \beta' = \frac{8\sqrt{3}\left(\frac{\sigma^2\omega_d^2}{3} - 4\mu^2\right)^{\frac{3}{2}}}{27e^2\omega_d}. \end{cases} \quad (29)$$

根据式(28)和式(29)可得电磁辅助支撑装置的线性和非线性电磁支撑刚度参数的取值范围:

$$\begin{cases} k - \frac{12\mu^2 m}{\sigma^2} < k_D < k; \\ k_B - (\alpha' + \beta')m < k_N < k_B - (\alpha' - \beta')m. \end{cases} \quad (30)$$

式(30)也可以看成是电磁辅助支撑装置的刚度参数设计准则.同时,在设计电磁辅助支撑装置时,要综合考虑式(30),从而避免转子系统振幅突变现象的发生.当 $k_B > k_N$ 时,调节励磁电流,尽可能增大 k_N ,削弱转子系统的非线性特性,从而缩小突变区域 D ,降低非线性刚度参数落入 D 中的概率,从而实现转子系统的稳定运转.当 $k_B < k_N$ 时,由于 k_N 的增大,导致 k_D 也继续增大,极有可能造成转子系统失稳.因此,这种情况应该避免.

4 结论

1) 非线性刚度转子系统的激励频率和非线性刚度参数同时满足振幅突变条件时,转子系统发生振幅突变现象.

2) 利用电磁支撑装置提供的非线性电磁支撑刚度参数可以控制转子系统的振幅突变现象,控制效果取决于 k_N 的取值.

3) 为了保证控制后转子系统的稳定性,线性和非线性电磁支撑刚度参数应在取值范围内取值,且应避免 $k_B < k_N$.

参考文献:

- [1] Cveticanin L. Resonant Vibrations of Nonlinear Rotors [J]. Mechanism and Machine Theory, 1995, 30(4): 581-588.
- [2] Soon M P, Stone B J. The stiffness of statically indeterminate spindle systems with nonlinear bearings [J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 1998, 14(11): 787-794.
- [3] 陈安华, 钟掘. 关于机械系统突发性故障的若干思考 [J]. 华中理工大学学报, 1998, 26(1): 98-106.
- [4] Zhao J Y, Linnett I W, Mclean L J. Subharmonic and quasi-periodic motion of an eccentric squeeze film damper-mounted rigid rotor [J]. Journal of vibration and acoustics, 1994, 116(3): 357-363.
- [5] 刘树英, 宋雪萍, 闻邦椿. 转子系统故障发展过程的突变 [J]. 东北大学学报(自然科学版), 2005, 26(3): 285-288.
- [6] Chen A H, Zhong J. Description and Prediction of Catastrophe of Vibration State for Faulty Rotors [J]. Transactions of Nonferrous Metals Society of China, 1996, 6(1): 130-134.
- [7] Adams M L. Large unbalance vibration analysis of steam turbine generators [R]. EPRI CS-3716 Project 1648-5, 1984.
- [8] Marco C, Duffy J, Castelli V P. Catastrophe analysis of a planar system with flexural pivots [J]. Mechanism and Machine, 2002, 37(7): 693-716.
- [9] 李录平, 黄琪, 邹新元. 大型汽轮发电机组碰摩引起的振动突变机理 [J]. 电力科学与技术学报, 2007, 22(1): 51-55.
- [10] 刘华峰, 李建兰, 余辰. 非线性转子系统碰摩故障的突变性能分析 [J]. 振动、测试与诊断, 2012, 32(6): 945-949.
- [11] 李建兰, 郭绪宏, 余辰, 等. 汽轮机调节级汽流激振突变模型研究 [J]. 中国电机工程学报, 2013, 33(11): 39-46.
- [12] 裴海林, 齐学义, 朱润州. 水利发电机承机架的振动失稳突变 [J]. 振动、测试与诊断, 2005, 25(4): 311-314.
- [13] 陈安华, 钟掘. 故障转子振幅突变机理及其预测 [J]. 湘潭矿业学院学报, 1996, 11(3): 12-16.
- [14] 闻邦椿, 袁艺, 王东. 转子系统变刚度主动控制的非线性特性的研究 [J]. 机械强度, 1995, 17(3): 36-39.
- [15] 刘延柱, 陈立群. 非线性振动 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2001.
- [16] Hegazy U H. Dynamics and control of a self-sustained electromechanical seismographs with time-varying stiffness [J]. Meccanica, 2009, 44(4): 355-368.
- [17] Deng J H, Li C F, Zhao Z H. Numerical simulation of magnetic flux and force in electromagnetic forming with attractive force [J]. Journal of Materials Processing Technology, 2007, 184(1/3): 190-194.
- [18] 胡业发, 周祖德, 江征风. 磁力轴承的基础理论与应用 [M]. 北京: 机械工业出版社, 2006.
- [19] 杨祚新. 电磁铁应用设计计算方法 [J]. 机床电器, 1996(1): 44-46.
- [20] 程敏, 潘勇, 刘保国, 等. 用于机械系统变刚度支撑的电磁支撑研究 [J]. 中国机械工程, 2011, 22(15): 1862-1866.