

王甲春,王政兴,陈周熠.普通混凝土用砂的细度模数的物理意义探讨[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2019,34(1):49-53. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2019.03.008

Wang J C, Wang Z X, Chen Z Y. Discussion on Fineness Modulus of Ordinary Concrete Sand [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019,34(1):49-53. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2019.03.008

普通混凝土用砂的细度模数的物理意义探讨

王甲春^{1*},王政兴¹,陈周熠²

(1.厦门理工学院 土木工程系,福建 厦门 361024;2.厦门大学 土木工程系,福建 厦门 361005)

摘要:通过对普通混凝土用砂细度模数计算公式的解析,得到砂细度模数计算公式的实质含义,砂的细度模数计算公式的实质除掉粒径大于4.75 mm的砂,剩下砂的各筛上的累积百分率之和.通过砂的质量平均粒径和算术平均粒径的计算公式的推导,与砂的细度模数计算公式进行对比,砂的细度模数可以认为反映了砂的筛上质量平均粒径,计算中忽略了粒径小于0.15 mm部分砂子对质量平均粒径的贡献,砂中颗粒较大粒径砂的质量对砂的细度模数和质量平均粒径值影响较大,砂中细颗粒对砂的算术平均粒径值影响较大.

关键词:细度模数;平均粒径;砂;级配;普通混凝土

中图分类号:TU528 **文献标志码:**A **文章编号:**1672-9102(2019)01-0049-05

Discussion on Fineness Modulus of Ordinary Concrete Sand

Wang Jiachun¹, Wang Zhenxing¹, Chen Zhouyi²

(1.Department of Civil Engineering, Xiamen University of Technology, Xiamen 361024, China;

2.Department of Civil Engineering, Xiamen University, Xiamen 361005, China)

Abstract: Through the analysis of ordinary concrete with fineness modulus of sand formula, the real meaning of fineness modulus of sand calculation formula was given, which was the sum of the rest of the cumulative percentage on each sieve to get rid of diameter greater than 4.75 mm sand. The calculation formula of the quality average particle size of sand and the arithmetic average particle size of sand were derived, compared with the calculation formula of fineness modulus of sand. The fineness modulus of sand could be considered the quality average particle size of sand sieve residue but ignoring the small particle size in the 0.15 mm part of sand contribution to the quality average size. The quality of sand in larger particles gave more influence on the fineness modulus of sand and the quality average particle size, and the arithmetic average particle size of sand was effected by fine sand quality in more consideration.

Keywords: fineness modulus; average particle size; sand; gradation; ordinary concrete

普通混凝土骨料的级配问题很早就引起土木工程界的重视,现行国家标准把普通混凝土的骨料分为细骨料和粗骨料,两者占混凝土体积的60%~70%,描述混凝土骨料的级配是混凝土材料配合比设计的重要内容.砂的细度模数提出至今有近百年的时间,1922年美国学者Abrams提出砂细度模数作为普通混凝土

收稿日期:2017-11-26

基金项目:福建省自然科学基金资助项目(2014J01213);厦门理工学院科技攀登计划项目(XPKDT18032);厦门市建设科技项目(2011-1-7);厦门市科技计划项目(3502Z20183044)

*通信作者,E-mail: wjcxsx@sina.com

土骨料级配的计算参数^[1],他在此基础上提出了普通混凝土的配合比设计方法,被认为是现代混凝土技术真正的基础^[2].随着混凝土技术的发展,虽然砂细度模数的测定和计算都非常简单,易于应用,砂的细度模数与混凝土的流动性有很好的相关性,还影响混凝土的力学性能^[3-5],但是砂细度模数表征的物理意义一直困扰着工程界^[6-8],有学者认为砂的细度模数表征了砂颗粒的一种平均粒径,或者认为砂的细度模数是粒径分布的对数平均粒径值.本文通过砂细度模数与砂平均粒径的计算公式对比分析,给出砂细度模的物理意义及其数值的影响因素,有利于正确应用砂的细度模数来评价砂的级配质量.

1 砂细度模数

根据国家《标准建筑用砂》(GBT14684-2011)细度模数的定义:

$$M_x = \frac{(A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6) - 5A_1}{100 - A_1} \quad (1)$$

式中: $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, A_6$ 分别为 4.75, 2.36, 1.18, 0.60, 0.30, 0.15 mm 筛的累计筛余百分率.且规定细度模数 3.7~3.1 为粗砂,细度模数 3.0~2.3 为中砂,细度模数 2.2~1.6 为细砂,细度模数 1.5~0.7 为特细砂.

从式(1)很难直接看出砂细度模数计算公式的实质,因此需要进一步的分析.设有 m 克砂,筛分结果为 4.75, 2.36, 1.18, 0.60, 0.30, 0.15 mm 方孔筛的筛上砂的质量分别为 $m_1, m_2, m_3, m_4, m_5, m_6$; 0.15 mm 方孔筛筛下的质量为 m_7 ,则有

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{m_1}{m} \times 100; & A_2 &= \frac{m_1 + m_2}{m} \times 100; & A_3 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3}{m} \times 100; & A_4 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4}{m} \times 100; \\ A_5 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{m} \times 100; & A_6 &= \frac{m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{m} \times 100; \\ M_x &= \frac{(5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6)/m}{1 - \frac{m_1}{m}} = \frac{5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6}{m - m_1} = \\ &= \frac{\frac{m_2}{m - m_1} + \frac{m_2 + m_3}{m - m_1} + \frac{m_2 + m_3 + m_4}{m - m_1} + \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5}{m - m_1} + \frac{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6}{m - m_1}}{1} = \\ &= A_2' + A_3' + A_4' + A_5' + A_6'. \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $A_2', A_3', A_4', A_5', A_6'$ 分别为减去 4.75 mm 方孔筛筛上的砂之后,剩下砂子的 2.36, 1.18, 0.60, 0.30, 0.15 mm 方孔筛的累积筛余百分率.

应用式(2)可以明确地表达出我国砂细度模数的计算实质,我国目前砂的细度模数定义式本质上是扣除 4.75 mm 方孔筛以上的部分以后,重新计算剩下的方孔筛累积筛余后的各个筛上的累积筛余百分率之和.

Abrams 最初提出砂的细度模数的最初计算公式^[9-11]为

$$\text{细度模数} = \frac{\sum \text{各标准筛的累计筛余}}{100}$$

根据砂的定义,砂是粒径小于 4.75 mm 的岩石颗粒,所以 $A_1 = 0$,因此有

$$M_x = \frac{A_2 + A_3 + A_4 + A_5 + A_6}{100}$$

这与我国国家标准砂的细度模数最初的形式是一样的,虽然目前我国普通混凝土用砂的现行规范中允许有一定的粒径超过 4.75 mm 的颗粒存在,但现在的混凝土公司在砂的选用上,一般要先通过 4.75 mm 的筛子过筛,然后再作为细骨料使用,因此超过 4.75 mm 的砂子是没有作为细骨料应用,所以实际应用中我国与美国的砂的细度模数的计算是一致的,因此砂细度模数公式可以如式(3)表示.

$$M_x = \frac{5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6}{m - m_1} = \frac{5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7} \quad (3)$$

根据现实的测量方法,约束条件有

$$0 \leq m_2 \leq m, 0 \leq m_3 \leq m, 0 \leq m_4 \leq m, 0 \leq m_5 \leq m, 0 \leq m_6 \leq m, 0 \leq m_7 \leq m; m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7 \leq m;$$

$$5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6 \leq 5m;$$

$$5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6 \geq 0.$$

根据最优化求解,利用 Matlab 编程计算出砂细度模数的取值范围是

$$M_{x_{\max}} = 5, \quad M_{x_{\min}} = 0.$$

从式(3)可以看出,砂的细度模数 M_x 是 $m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7$ 的函数,分析各变量对其值变化的影响,通过求解各个变量的偏导数来分析.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_2} = \frac{m_3 + 2m_4 + 3m_5 + 4m_6 + 5m_7}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2} > 0.$$

所以可以确定 M_x 随 m_2 的增加而增加.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_3} = \frac{-m_2 + m_4 + 2m_5 + 3m_6 + 4m_7}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2}.$$

可以看出当 $m_4 + 2m_5 + 3m_6 + 4m_7 > m_2$ 时, $\frac{\partial M_x}{\partial m_3} > 0$, M_x 随 m_3 的增加而增加.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_4} = \frac{-2m_2 - m_3 + m_5 + 2m_6 + 3m_7}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2}.$$

当 $m_5 + 2m_6 + 3m_7 > 2m_2 + m_3$ 时, $\frac{\partial M_x}{\partial m_4} > 0$, M_x 随 m_4 的增加而增加.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_5} = \frac{-3m_2 - 2m_3 - m_4 + m_6 + 2m_7}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2}.$$

当 $m_6 + 2m_7 > 3m_2 + 2m_3 + m_4$ 时, $\frac{\partial M_x}{\partial m_5} > 0$, M_x 随着 m_5 的增加而增加.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_6} = \frac{-4m_2 - 3m_3 - 2m_4 - m_5 + m_7}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2}.$$

当 $m_7 > 4m_2 + 3m_3 + 2m_4 + m_5$ 时, $\frac{\partial M_x}{\partial m_6} > 0$, M_x 随着 m_6 的增加而增加.

$$\frac{\partial M_x}{\partial m_7} = \frac{-5m_2 - 4m_3 - 3m_4 - 2m_5 - m_6}{(m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7)^2} < 0.$$

M_x 随着 m_7 的增加而下降.

从以上的分析可以看出, M_x 能够表征砂的粗细程度,粗颗粒的砂质量增加, M_x 会增加,细颗粒砂的质量尤其筛底的质量增加, M_x 会下降.

2 砂平均粒径

砂是分散的颗粒状的物体,有一定的颗粒大小不同的砂粒级配组成.砂的平均粒径如何表达一直是很多学者关心的问题,根据筛分实验的筛孔尺寸来表征砂的颗粒群体粒径的大小,取上下筛孔尺寸的算术平均值可以确定砂颗粒群的粒径.

$$d_2 = 3.555 \text{ mm}, d_3 = 1.77 \text{ mm}, d_4 = 0.89 \text{ mm}, d_5 = 0.45 \text{ mm}, d_6 = 0.225 \text{ mm}, d_7 = 0.075 \text{ mm}.$$

2.1 砂的质量平均粒径

根据粉体质量平均粒径的计算公式,砂的质量平均粒径 d_{cem} 的计算公式为

$$d_{\text{cem}} = \frac{m_2 d_2 + m_3 d_3 + m_4 d_4 + m_5 d_5 + m_6 d_6 + m_7 d_7}{m} = \frac{3.555m_2 + 1.77m_3 + 0.89m_4 + 0.45m_5 + 0.225m_6 + 0.075m_7}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7}$$

通过 $m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7$ 的取值范围的分析,可以得到砂质量平均粒径的取值范围 $d_{\text{ce max}} = 3.55 \text{ mm}; d_{\text{ce min}} = 0.075 \text{ mm}$.

砂的质量平均粒径的计算式可以看出,分子中粗粒径的砂加权系数大,与砂的细度模数是一致的,两者分母相同,质量平均粒径的计算式分子多了1项筛底的细砂质量.

2.2 砂的算术平均粒径

砂的颗粒数量计算,可以假定砂粒是球形的形状, $n_2, n_3, n_4, n_5, n_6, n_7$ 分别是质量为 $m_2, m_3, m_4, m_5, m_6, m_7$ 砂的颗粒数,则计算公式为

$$n_2 = \frac{m_2}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_2}{2}\right)^3} = \frac{6m_2}{\rho \pi d_2^3}; n_3 = \frac{m_3}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_3}{2}\right)^3} = \frac{6m_3}{\rho \pi d_3^3}; n_4 = \frac{m_4}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_4}{2}\right)^3} = \frac{6m_4}{\rho \pi d_4^3};$$

$$n_5 = \frac{m_5}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_5}{2}\right)^3} = \frac{6m_5}{\rho \pi d_5^3}; n_6 = \frac{m_6}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_6}{2}\right)^3} = \frac{6m_6}{\rho \pi d_6^3}; n_7 = \frac{m_7}{\rho \frac{4}{3} \pi \left(\frac{d_7}{2}\right)^3} = \frac{6m_7}{\rho \pi d_7^3}.$$

根据粉体算术平均粒径的计算公式,砂的算术平均粒径 d_{cea} 的计算式为

$$d_{\text{cea}} = \frac{n_2 d_2 + n_3 d_3 + n_4 d_4 + n_5 d_5 + n_6 d_6 + n_7 d_7}{(n_2 + n_3 + n_4 + n_5 + n_6 + n_7)} = \frac{\frac{m_2}{d_2^2} + \frac{m_3}{d_3^2} + \frac{m_4}{d_4^2} + \frac{m_5}{d_5^2} + \frac{m_6}{d_6^2} + \frac{m_7}{d_7^2}}{\frac{m_2}{d_2^3} + \frac{m_3}{d_3^3} + \frac{m_4}{d_4^3} + \frac{m_5}{d_5^3} + \frac{m_6}{d_6^3} + \frac{m_7}{d_7^3}} = \frac{0.079 1m_2 + 0.319m_3 + 1.262m_4 + 4.938m_5 + 19.753m_6 + 177.778m_7}{0.022 2m_2 + 0.180m_3 + 1.428m_4 + 10.974m_5 + 87.791m_6 + 2 370.370m_7}$$

从砂算术平均粒径的计算公式可以看出,主要是砂细颗粒的质量对平均粒径的影响较大,尤其是粒径小于 0.15 mm 砂的质量会明显影响砂的算术平均粒径的大小.

2.3 算例

某工程用砂,称取 500 g 干砂,经筛分试验,经筛分试验测量各筛上的筛余量,筛孔尺寸为 $4.75, 2.36, 1.18, 0.60, 0.30$ 和 0.15 mm 的筛余量分别是 $0, 130, 170, 50, 50$ 和 85 g , 因此有 $m_2 = 130 \text{ g}, m_3 = 170 \text{ g}, m_4 = 50 \text{ g}, m_5 = 50 \text{ g}, m_6 = 85 \text{ g}, m_7 = 15 \text{ g}$.

$$M_x = \frac{5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7} = 3.33;$$

$$d_{\text{cem}} = \frac{3.555m_2 + 1.77m_3 + 0.89m_4 + 0.45m_5 + 0.225m_6 + 0.075m_7}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7} = 1.70 \text{ mm}$$

$$d_{\text{cea}} = \frac{0.079 1m_2 + 0.319m_3 + 1.262m_4 + 4.938m_5 + 19.753m_6 + 177.778m_7}{0.022 2m_2 + 0.180m_3 + 1.428m_4 + 10.974m_5 + 87.791m_6 + 2 370.370m_7} = 0.108 \text{ mm}$$

3 砂细度模数的多解性

根据砂细度模数和质量平均粒径的计算公式如下,

$$M_x = \frac{5m_2 + 4m_3 + 3m_4 + 2m_5 + m_6}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7};$$

$$d_{\text{cem}} = \frac{3.555m_2 + 1.77m_3 + 0.89m_4 + 0.45m_5 + 0.225m_6 + 0.075m_7}{m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7}$$

通过砂细度模数和质量平均粒径的计算公式可以看出,两者都是一个多元一次线性方程,在取值范围里,有多解性,也就是相同的细度模数和质量平均粒径可以有多个级配组成.细度模数的多解性,会影响细度模数的工程应用,细度模数一般只适用于反映同一产地砂的级配情况.为了进一步评价砂的级配情况,还要绘制级配曲线才能全面反映砂的级配情况.

砂的细度模数是通过大量实验提出的物理量,其物理意义一直不是十分明确,同一产地的砂细度模数与制备出的混凝土的流动性有很好的相关性,因此砂细度模数仍是混凝土制备时一个重要的参数.从砂细度模数的计算公式来分析,与砂的质量平均粒径有较好的联系,或者可以认为一种质量平均粒径的变形,两者计算公式中的分母一样,分子中砂质量平均径考虑了筛底砂的质量,而细度模数只考虑筛上砂的质量,砂的细度模数计算式中的分子的系数是筛子的序号(筛孔尺寸从小到大排列).

4 结论

1)通过分析砂的细度模数,砂的质量平均粒径和砂的算术平均粒径的计算公式,可以看出,砂的细度模数的物理意义可以理解为是砂的筛上质量平均粒径.

2)砂的细度模数计算公式中筛上分计质量的系数是筛子顺序号(筛孔尺寸从小到大排列).砂的细度模数、砂的质量平均粒径和算术平均粒径都具有多解性,所以不能只通过这些参数来判断砂的级配质量,同时要结合砂的级配曲线才可以完全表述砂的级配情况.

3)砂的算术平均粒径值受细颗粒的质量影响大,砂的质量平均粒径值受粗颗粒的质量影响大.

参考文献:

- [1] Duff A. 混凝土拌合物的配合比设计[J].混凝土世界,2009(9):38-41.
- [2] Kumar M P, Monteiro P J M. 混凝土:微观结构 性能和材料[M].北京:中国电力出版社,2008.
- [3] 许尚杰,尹小涛,马双科,等.基于颗粒流的混凝土材料数值试验研究[J].实验力学,2009,24(3):251-258.
- [4] 杜敏,金浏,李冬,等.模型尺寸和骨料级配对混凝土细观非均质影响[J].应用基础与工程科学学报,2017,25(2):382-394.
- [5] Li D, Jin L, Du X L, et al. Size effect tests of normal- and high-strength reinforced concrete columns subjected to axial compressive loading[J].Engineering Structure,2016,109:43-60.
- [6] Popovics S. The use of the fineness modulus for the grading evaluation of aggregates for concrete[J].Magazine. Concrete. Research,1966,18(56):131-140.
- [7] Ahmed M, Islam S, Nazar S, et al. A Comparative Study of Popular Concrete Mix Design Methods from Qualitative and Cost-Effective Point of View for Extreme Environment[J].Arabian Journal for Science and Engineering,2016,41(4):1403-1412.
- [8] Daityari S, Khan M Y A. Temporal and spatial variations in the engineering properties of the sediments in Ramganga River, Ganga Basin, India[J]. Arabian Journal of Geosciences,2017,10(6):134-146.
- [9] Mindess S, Young J F, Darwin D. 混凝土(第二版)[M].吴科如,张雄,姚武,等译,北京:化学工业出版社,2005.
- [10] Neville A M. 混凝土的性能[M].刘数华,冷发光,李新宇,等译,北京:中国建筑工业出版社,2011:112-113.
- [11] Park S. Study on the fluidity and strength properties of high performance concrete utilizing crushed sand[J]. International Journal of Concrete Structures and Materials,2012,6(4):231-237.