

龚日朝,刘玥. 基于概率语言术语集的 VIKOR 多属性决策方法[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2019, 34(1): 117-124. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2019.01.017

Gong R Z, Liu Y. Research on Multiple Attribute Decision Making Based on Probabilistic Linguistic Term Sets and VIKOR Method [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2019, 34(1): 117-124. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2019.01.017

基于概率语言术语集的 VIKOR 多属性决策方法

龚日朝*, 刘玥

(湖南科技大学 商学院, 湖南 湘潭 411201)

摘要: 基于 VIKOR 方法解决概率语言术语集语义环境下的多属性决策问题, 将概率语言术语集刻画的属性指标与 VIKOR 方法有机结合, 将候选方案的整体效益和个体属性遗憾程度同时纳入决策目标体系, 并通过 VIKOR 决策的判断准则进行修正, 构建 PLTS-VIKOR 多属性决策模型, 克服了以往 TOPSIS 法、集结算子综合法等决策机制上的不足. 通过决策实例验证了该方法的决策有效性和计算过程的相对简便性.

关键词: 概率语言术语集; 多属性决策; VIKOR 法

中图分类号: O224 文献标志码: A 文章编号: 1672-9102(2019)01-0117-08

Research on Multiple Attribute Decision Making Based on Probabilistic Linguistic Term Sets and VIKOR Method

Gong Rizhao, Liu Yue

(School of Business, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China)

Abstract: Based on VIKOR method, the multiple attribute decision making problem, under probabilistic linguistic term sets (PLTS), was solved. Firstly, the attribute indicators described by PLTS were combined with the VIKOR method to correct the judgment criterion of the VIKOR decision. Then the overall benefit and individual attribute regret of candidate schemes were incorporated into the decision making target system at the same time, and a PLTS-VIKOR multiple attribute decision making model was constructed to overcome the shortcomings of the previous TOPSIS method and aggregation operator synthesis method in decision making mechanism. Finally, the decision making effectiveness and the relative simplicity of the calculation process of the method were verified by decision making examples.

Keywords: probabilistic linguistic term sets (PLTS); multiple attribute decision making; VIKOR method

针对项目评估、工厂选址、人员考核、模式识别、医疗诊断等多属性决策与评价问题, 人们开始不满足于简单的二元评价, 越来越倾向于依凭本身的经验和知识进行逻辑推断, 进而做出多元认知判断. 但由于自身知识的局限以及客观事物的复杂性, 人们有时无法精确刻画客观事物及其属性特征, 只能给出一些模

收稿日期: 2018-11-01

基金项目: 国家社会科学基金资助项目 (18BTJ036)

* 通信作者, E-mail: grzh661205@163.com

糊的语言评价.多年来,人们寄希望于自然语言对直觉进行更好的描述,以更灵活和更方便的方式来描述不确定性,构建起通往逻辑验证的桥梁.对此,模糊系统理论创始人 Zadeh 在 1965 年定义了模糊集^[1],在二分法的基础上运用单一的隶属度同时表现模糊性、模糊概念或模糊现象的 2 个对立面(或状态).由于其无法表示中立状态(既不支持也不反对的状态),保加利亚学者 Atanassov 提出了直觉模糊集概念^[2],利用隶属度与非隶属度刻画模糊性,同时表现支持、反对、中立等 3 种状态,克服了二分法的局限性.自此,模糊集理论开始蓬勃发展,先后有大量学者在他们的基础上提出了犹豫模糊集^[3]、犹豫模糊语言集^[4]、语言犹豫模糊集^[5]、概率语言术语集^[6]、犹豫-直觉模糊语言集^[7]、概率语言犹豫模糊语言集^[8]、区间值概率语言术语集^[9]等一系列概念及其相关理论,使得对客观事物的描述更加细腻与全面,广泛运用于多属性决策问题.其中, Qi P & Hai W 等在 2016 年首次提出了概率语言术语集^[6],运用其对多属性决策问题中的属性进行评价,不仅可以更加全面的表达决策者对于某事物的偏好,而且可以量化其对不同偏好的偏爱程度,使得决策结果更加可信、可靠、可用.

目前,运用概率语言术语集研究决策问题虽然还处于起步阶段,但取得了较大成果.主要集中在以下几个方面:一是基于信息融合的集成算子理论.如:概率语言平均(PLA)算子^[6]、概率语言几何(PLG)算子^[6]、概率语言加权几何(PLWG)算子^[6]、加权概率语言能力几何算子(WPLPG)^[10]、概率语言阿基米德双加权 MM(PLADWMM)算子^[11]等.二是应用于决策方法的测度理论.许多学者将概率语言术语集与 TOPSIS^[6]、TODIM^[12-13]、ORESTE^[14]等决策方法相结合,应用于多属性决策问题,但不可避免地要运用一些测度理论.其中最基础且应用最多的是距离测度,其研究主要分 2 类:一类是基于传统的简单距离测度.如 Hamming 距离测度、Euclidean 距离测度、Hausdorff 距离测度;另一类是基于权重和得分函数的混合距离测度.如 Qi P & Hai W et al 定义的 2 个概率语言术语集之间的简单加权距离测度^[6].另外还应用于测度理论中的可能度^[15]、相关系数^[16]等测度.三是模糊偏好关系理论,主要从互补偏好关系(加性一致性)和互反偏好关系(积性一致性)2 个角度来进行探讨.如 Zhang Y 基于一致性的风险评估与概率语言偏好关系^[17]和 Liao H 根据决策者给出的客观和主观评价定义不一致性指数和一致性指数,并在此基础上建立线性规划模型来解决概率语言术语集环境下的多属性决策问题^[18].四是基于信息熵的度量理论,通过模糊熵度量模糊性,犹豫熵度量犹豫性,最后通过总熵计算不确定性.如 Liu H 提出的基于概率语言术语集的熵度量决策方法^[19].

在方法备选领域, TOPSIS 法应用的最多,但由于其具有一定的局限性,在某些情况下得到的决策结果并不一定最接近最优解,因此,学术界基于 TOPSIS 方法提出了 VIKOR 方法^[20-21],它不仅可以最大化群体效用,而且还可以最小化个体遗憾,通过设置决策系数在二者之间进行折衷,进而获得更具稳定性的最优解.事实上,面对复杂多变、相互制约的多属性决策问题,决策者从有限个候选方案(或决策单元)中选择出的最优方案往往是相对的,通常是不得不以牺牲某些候选方案的某些最优指标为代价,以实现全要素整体效益最大化.因此,决策者不仅要充分考虑整体效益的最大化,而且也会考虑决策所顺带的遗憾程度尽可能地最小化.本文在前人的研究基础上基于概率语言术语集环境和 VIKOR 的决策方法为多属性决策问题提供了一种新的决策思路,构建了 PLTS-VIKOR 多属性决策模型,将候选方案的整体效益和个体属性遗憾程度同时纳入决策体系目标,克服了以往 TOPSIS 法、集结算子综合法等决策机制上的不足.最后,运用文献[15, 24-25]完全相同的决策实例,验证了本文所提出的方法的有效性和计算过程的简单性.

1 概率语言术语集及其性质

定义 1^[22] 设 $S = \{s_i | i = 0, 1, 2, \dots, 2\tau\}$ 为一个由奇数个元素组成的集合,其中 τ 为正整数.若集合 S 具有以下 2 个特征:

- 1) 有序:如果 $\alpha > \beta$, 则 $s_\alpha > s_\beta$, 反之亦然.
- 2) 互补:如果 $\alpha + \beta = 2\tau$, 则 $s_\alpha = \text{neg}(s_\beta)$, 反之亦然.

则称 S 为语言术语集, s_i 称为语言元素, $2\tau + 1$ 称为语言术语集 S 的粒度.

基于语言术语集 S 进行实际评价时,常常不能准确地确定其评价等级,只能确定一个等级范围,因此,

Rodriguez 等(2012)提出了犹豫模糊语言集的定义.

定义 2^[5] 设 X 为评价对象集, S 是一个语言术语集, 如果对于某个 $x \in X$, 关于属性 C 的评价是 S 上的一个具有 $\tau_x + 1$ 个连续语言项的有序有限子集, 记为 $h(x|C)$, 则定义

$$h(x|C) = \{s_{i_x}, s_{i_x+1}, \dots, s_{i_x+\tau_x}\} \subseteq S$$

为 x 关于属性 C 的一个犹豫模糊语言术语集(HFLTS).

特别地, 如果 $h(x|C) = \varphi$, 则称为空犹豫模糊语言术语集(Empty HFLTS); 如果 $h(x|C) = S$, 则称为完全犹豫模糊语言术语集(Full HFLTS). 如果在 $h(x|C)$ 中对每一个语言元素 s_{i_x} 赋予一个概率, 则抽象出了概率语言术语集(PLTS)的定义.

定义 3^[6] 设 X 为评价对象集, S 是一个语言术语集(LTS), 则定义

$$P(x|C) = \{s_{i_x+j}(p_{i_x+j}), j = 0, 1, \dots, \tau_x\}$$

为 $x \in X$ 关于属性 C 的一个概率语言术语集(PLTS), 其中 p_{i_x} 表示 x 关于属性 C 取值语言项 s_{i_x} 的概率, 且满足 $p_{i_x} + p_{i_x+1} + \dots + p_{i_x+\tau_x} \leq 1$. 特别地, 如果 $p_{i_x} + p_{i_x+1} + \dots + p_{i_x+\tau_x} = 1$, 则称 $P(x|C)$ 为正规概率语言术语集, 否则称为瑕疵概率语言术语集.

如 $P(x_1|C_1) = \{s_1(0.3), s_2(0.5), s_3(0.2)\}$ 就是一个概率语言术语集, 可以直观地理解为: 由 100 人的群体对某个对象关于某个属性(如工作能力)进行民主评价的结果, 其中有 30% 的人给出 s_1 (较差), 50% 的人给出 s_2 (差), 20% 的人给出 s_3 (一般)的评价. 如果民主评价中存在弃权的现象, 就产生了瑕疵概率语言术语集. 对此, 有时候需要将其正规化, 变为正规概率语言术语集. 本文采用式(1)对其语言术语元素取值的概率进行修正.

$$p'_{i_x+j} = \frac{p_{i_x+j}}{p_{i_x} + p_{i_x+1} + \dots + p_{i_x+\tau_x}}, j = 0, 1, 2, \dots, \tau_x. \quad (1)$$

基于概率语言术语集的评价, Qi P & Hai W et al(2016)给出了其得分函数和偏差度函数的定义^[6], 但发现其偏差度函数的定义存在问题(或许是打印错误). 事实上, 概率语言术语集也可以看成是概率论中的一个如下概率分布(见表 1):

表 1 概率语言术语集的概率密度表达形式

评价价值	s_{i_x}	s_{i_x+1}	...	$s_{i_x+\tau_x}$
概率	p_{i_x}	p_{i_x+1}	...	$p_{i_x+\tau_x}$

根据概率论期望和方差的计算公式, 本文给出如下的修正定义:

定义 4 设 $P(x|C) = \{s_{i_x+j}(p_{i_x+j}), j = 0, 1, \dots, \tau_x\}$ 为 $x \in X$ 关于属性 C 的一个概率语言术语集, 则其得分值函数 $E(P(x|C))$ 和偏差度函数 $\sigma(P(x|C))$ 分别定义为

$$E(P(x|C)) = \frac{\sum_{j=0}^{\tau_x} (i_x + j) p_{i_x+j}}{\sum_{j=0}^{\tau_x} p_{i_x+j}}; \quad (2)$$

$$\sigma(P(x|C)) = \sqrt{\sum_{j=0}^{\tau_x} p_{i_x+j} ((i_x + j) - E(P(x|C)))^2 / \sum_{j=0}^{\tau_x} p_{i_x+j}}. \quad (3)$$

于是, 根据分值函数和偏差度函数, Qi P & Hai W et al(2016)给出了如下概率语言术语集大小比较方法:

定义 5^[6] 设 $P_1(x|C)$ 和 $P_2(x|C)$ 为任意 2 个概率语言术语集(PLTS), 则

1) 如果 $E(P_1(x|C)) > E(P_2(x|C))$, 则 $P_1(x|C) > P_2(x|C)$;

2) 如果 $E(P_1(x|C)) < E(P_2(x|C))$, 则 $P_1(x|C) < P_2(x|C)$;

3) 如果 $E(P_1(x|C)) = E(P_2(x|C))$, 则

(1) 当 $\sigma(P_1(x|C)) > \sigma(P_2(x|C))$ 时, $P_1(x|C) < P_2(x|C)$;

(2) 当 $\sigma(P_1(x|C)) < \sigma(P_2(x|C))$ 时, $P_1(x|C) > P_2(x|C)$;

(3) 当 $\sigma(P_1(x|C)) = \sigma(P_2(x|C))$ 时, $P_1(x|C) \approx P_2(x|C)$.

2 VIKOR 多属性决策方法

假设有 m 个候选方案 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, 具有 n 个评估属性 $C = \{C_1, C_2, \dots, C_n\}$, 属性权重为 $w = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, $w_i \geq 0, w_1 + w_2 + \dots + w_n = 1$. 决策者通过对每个属性进行评价后, 从中选择最优方案. 这是一个典型的多属性决策问题.

针对该类决策问题, Opricovic (1998) 基于 TOPSIS 方法的局限性提出了一种彼此相互让步的折衷决策 VIKOR 方法^[20]. 该方法通过定义最大化群体效用和最小化个体遗憾对有限个候选方案进行优劣排序, 可适用于决策者不能或不知道如何准确表达偏好、评价属性之间可能存在冲突、决策者可以接受妥协方案的多属性决策问题^[23]. 基本过程如下:

第 1 步: 对于每个候选方案 $x_i (i = 1, 2, \dots, m)$ 在每个属性 $C_j (j = 1, 2, \dots, n)$ 下决策者给出评价值 f_{ij} , 获得评价矩阵 $F = (f_{ij})_{m \times n}$.

第 2 步: 针对方案集 X , 确定各属性的最优值和最劣值. 在效益型属性下正、负理想解分别为 $f_j^+ = \max_i \{f_{ij}, i = 1, 2, \dots, m\}$, $f_j^- = \min_i \{f_{ij}, i = 1, 2, \dots, m\}$.

在成本型属性下正、负理想解分别为

$$f_j^+ = \min_i \{f_{ij}, i = 1, 2, \dots, m\}, f_j^- = \max_i \{f_{ij}, i = 1, 2, \dots, m\}.$$

由此, 获得相对最理想解(正理想解)和相对最不理想解(负理想解)分别为

$$X^+ \triangleq (f_1^+, f_2^+, \dots, f_n^+), X^- \triangleq (f_1^-, f_2^-, \dots, f_n^-).$$

第 3 步: 基于 L_{p_i} -metric 聚合函数, 即

$$L_{p_i} = \left\{ \sum_{j=1}^n \left[\frac{w_j (f_j^+ - f_{ij})}{f_j^+ - f_j^-} \right]^p \right\}^{\frac{1}{p}}, i = 1, 2, \dots, m.$$

式中: p 为聚合函数的距离参数, $1 \leq p \leq \infty$, 分别取 $p = 1$ 和 $p = \infty$, 计算每个备选方案 x_i 在 n 个属性下的群体效用 S_i 和 n 个属性中最大的个体遗憾 R_i , 得到 m 个备选方案的 S_i 和 R_i 向量, 记为

$$S \triangleq (S_1, S_2, \dots, S_m), R \triangleq (R_1, R_2, \dots, R_m).$$

式中:

$$S_i = \sum_{j=1}^n \left[\frac{w_j (f_j^+ - f_{ij})}{f_j^+ - f_j^-} \right], i = 1, 2, \dots, m; \quad (4)$$

$$R_i = \max_j \left\{ \frac{w_j (f_j^+ - f_{ij})}{f_j^+ - f_j^-}, j = 1, 2, \dots, n \right\}, i = 1, 2, \dots, m. \quad (5)$$

值得注意的是, 由式(4)和式(5)确定的 S_i 和 R_i , 其性质是: 它们的取值都越小, 则备选方案与正理想解的距离就越小, 所得的决策结果也就更优. 由此可定义候选方案集 X 中最理想和最不理想的群体效用:

$$S^+ = \min \{S_i, i = 1, 2, \dots, m\} \text{ 和 } S^- = \max \{S_i, i = 1, 2, \dots, m\}.$$

以及候选方案集 X 中最理想和最不理想的遗憾值:

$$R^+ = \min \{R_i, i = 1, 2, \dots, m\} \text{ 和 } R^- = \max \{R_i, i = 1, 2, \dots, m\}.$$

第 4 步: 根据 S_i 和 R_i 计算折衷值 Q_i . 计算公式为

$$Q_i = v \frac{S_i - S^+}{S^- - S^+} + (1 - v) \frac{R_i - R^+}{R^- - R^+}. \quad (6)$$

式中: $v \in [0, 1]$ 为决策机制系数, 可根据实际决策机制情况确定其取值. 如果采取强化群体效用的机制, 则 $v > 0.5$; 如果采取强化个体遗憾的机制, 则 $v < 0.5$; 如果采取折中均衡机制, 则取 $v = 0.5$. Q_i 为测度各候选方案的综合评估值与正理想解的距离大小, Q_i 值越小, 说明其与正理想解的距离越小, 候选方案越优.

第 5 步: 备选方案排序. 假设 Q 值从小到大的排序结果为 $Q_{(1)} < Q_{(2)} < \dots < Q_{(i)} < \dots < Q_{(m)}$, 其中 $Q_{(i)}$ 对应的备选方案记为 $x_{(i)}$, 相应地, 其对应的群体效用值和个体遗憾值记为 $S_{(i)}$ 和 $R_{(i)}$, 则

根据如下准则确定最优方案.

准则1:如果如下4个条件同时成立,即

$$\begin{cases} Q_{(1)} < Q_{(2)} < \cdots < Q_{(i)} < \cdots < Q_{(m)}; \\ Q_{(2)} - Q_{(1)} \geq 1/(m-1); \\ S_{(1)} = \min\{S_{(i)}, i=1,2,\cdots,m\}; \\ R_{(1)} = \min\{R_{(i)}, i=1,2,\cdots,m\}. \end{cases}$$

则 $x_{(1)}$ 为最稳定的最优方案.如果准则1的4个条件中后3条不同时成立,则 $x_{(1)}$ 不为最稳定的最优方案,需要按照如下准则2寻找折衷最优解.

准则2:(1)如果满足

$$\begin{cases} Q_{(1)} < Q_{(2)} < \cdots < Q_{(i)} < \cdots < Q_{(m)}; \\ Q_{(2)} - Q_{(1)} \geq 1/(m-1); \\ S_{(1)} \neq \min\{S_{(i)}, i=1,2,\cdots,m\} \text{ 或 } R_{(1)} \neq \min\{R_{(i)}, i=1,2,\cdots,m\}. \end{cases}$$

则折衷解集为 $\{x_{(1)}, x_{(2)}\}$.

(2)如果满足

$$\begin{cases} Q_{(1)} < Q_{(2)} < \cdots < Q_{(i)} < \cdots < Q_{(m)}; \\ Q_{(m)} - Q_{(1)} < \frac{1}{(m-1)}. \end{cases}$$

则折衷解集为 $\{x_{(i)}, i=1,2,\cdots,M\}$, 其中

$$M = \max\left\{i: Q_{(i)} - Q_{(1)} < \frac{1}{(m-1)}, i=1,2,\cdots,m\right\}.$$

从上述过程可以看出,在出现折衷解的情况下,无法给出唯一的最优解.对此,本文根据实际决策机制,提出如下的准则:

准则3:在强化群体效用的机制下,取折衷解集中对应 $S_{(i)}$ 最小的为最优方案;在强化个体遗憾的机制下,取折衷解集中对应 $R_{(i)}$ 最小的为最优方案;在折中均衡机制下,取 $S_{(i)} + R_{(i)}$ 最小的为最优方案.

3 PLTS-VIKOR 多属性决策模型

在实际决策中,决策者往往运用概率语言术语集对每个属性进行评价,因此,基于上述 VIKOR 决策思想,解决概率语言术语集语义环境下的多属性决策问题.本文称之为 PLTS-VIKOR 多属性决策,具体步骤如下:

步骤1:构建初始决策矩阵.决策者运用概率语言术语集对各属性下的各候选方案进行评价.设对候选方案 x_i 在属性 C_j 下的评价为 $f_{ij} = P(x_i | C_j)$, $i=1,2,\cdots,m; j=1,2,\cdots,n$, 则可得到一个 $m \times n$ 的初始决策矩阵:

$$\mathbf{F} = (f_{ij})_{m \times n} = \begin{bmatrix} P(x_1 | C_1) & P(x_1 | C_2) & \cdots & P(x_1 | C_n) \\ P(x_2 | C_1) & P(x_2 | C_2) & \cdots & P(x_2 | C_n) \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ P(x_m | C_1) & P(x_m | C_2) & \cdots & P(x_m | C_n) \end{bmatrix}$$

步骤2:确定正负理想解.根据定义4和定义5,依据决策矩阵 \mathbf{F} 获得正理想解和负理想解:

$$X^+ \triangleq (f_1^+, f_2^+, \cdots, f_n^+);$$

$$X^- \triangleq (f_1^-, f_2^-, \cdots, f_n^-).$$

式中: $f_j^+ = \max\{P(x_i | C_j), i=1,2,\cdots,m\}$; $f_j^- = \min\{P(x_i | C_j), i=1,2,\cdots,m\}$.

步骤3:确定群体效用 S_i 和每个候选方案的 n 个属性中最大个体遗憾 R_i . 根据上述 VIKOR 法的式(4)和式(5),运用概率语言术语集的得分值进行计算,得

$$S_i = \sum_{j=1}^n \frac{w_j(Ef_j^+ - Ef_{ij}^-)}{Ef_j^+ - Ef_j^-}, i = 1, 2, \dots, m; \quad (7)$$

$$R_i = \max \left[\frac{w_j(Ef_j^+ - Ef_{ij}^-)}{Ef_j^+ - Ef_j^-}, j = 1, 2, \dots, n \right], i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

式中: Ef_j^+ , Ef_j^- 和 Ef_{ij} 根据定义4中的式(2)进行计算.

步骤4: 计算折衷函数值 Q_i . Q_i 的计算公式为式(6).

步骤5: 对候选方案进行排序. 在 S_i, R_i 与 Q_i 的基础上, 根据第3节 VIKOR 法的基本过程的第5步方法进行排序, 获得最优决策.

4 决策实例计算

为了验证本文基本理论和方法的科学性和有效性, 本文引用文献[15, 24-25]共同的典型算例来验证. 该实例问题以四川大学华西医院(x_1)、复旦大学附属医院(x_2)、北京协和医院(x_3)和中国人民解放军医院(x_4)等4家医院为评价对象, 从3个属性指标: C_1 -医疗和卫生服务环境, C_2 -个性化诊断和优化治疗, C_3 -智慧医疗和健康服务模式的社会资源配置优化等对它们进行综合评价, 指标权重与文献[15, 24-25]中设置的一样, 分别为0.2, 0.1, 0.7. 评价小组每个专家对各属性的评价方式采用7值语言, 即采用“极差、较差、差、一般、较好、好、极好”等语言进行独立评价. 为了表述的方便, 7值语言集对应记为 $S = \{s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6\}$. 基于每个专家对每个对象每个属性指标的语言评价, 文献[15, 24-25]给出了如下基本的评价结果矩阵:

$$F = (f_{ij})_{4 \times 3} = \begin{bmatrix} \{s_3(0.4), s_4(0.6)\} & \{s_5(1)\} & \{s_2(0.2), s_3(0.8)\} \\ \{s_5(0.3), s_6(0.7)\} & \{s_3(0.8)\} & \{s_4(0.2), s_5(0.4), s_6(0.4)\} \\ \{s_4(1)\} & \{s_4(0.5), s_5(0.5)\} & \{s_5(0.6), s_6(0.4)\} \\ \{s_5(0.4), s_6(0.4)\} & \{s_1(0.4), s_2(0.1), s_3(0.2), s_4(0.3)\} & \{s_4(0.9)\} \end{bmatrix}.$$

式中: f_{ij} 表示第 i 个医院关于第 j 个属性的评价. 下面运用上述 PLTS-VIKOR 多属性决策模型, 给出评价结果.

为了获得正负理想解, 首先基于概率语言术语集评价矩阵 F , 利用定义4得到如下得分值矩阵:

$$E[F] = \begin{bmatrix} 3.6 & 5 & 2.8 \\ 5.7 & 3 & 5.2 \\ 4 & 4.5 & 5.4 \\ 5.5 & 2.4 & 4 \end{bmatrix}.$$

于是, 根据各医院每个属性指标的得分值, 得到各属性指标的正、负理想解为

$$F^+ = (\{s_5(0.3), s_6(0.7)\}, \{s_5(1)\}, \{s_5(0.6), s_6(0.4)\});$$

$$F^- = (\{s_3(0.4), s_4(0.6)\}, \{s_1(0.4), s_2(0.1), s_3(0.2), s_4(0.3)\}, \{s_2(0.2), s_3(0.8)\}).$$

其对应得分向量为

$$E[F^+] \triangleq (Ef_1^+, Ef_2^+, Ef_3^+) = (5.7, 5.0, 5.4);$$

$$E[F^-] \triangleq (Ef_1^-, Ef_2^-, Ef_3^-) = (3.6, 2.4, 2.8).$$

利用式(7)和式(8), 计算得到4家医院的 S_i 和 R_i 向量

$$S \triangleq \{S_1, S_2, S_3, S_4\} = \{0.900\ 0, 0.130\ 8, 0.181\ 1, 0.496\ 0\}^T;$$

$$R \triangleq \{R_1, R_2, R_3, R_4\} = \{0.700\ 0, 0.076\ 9, 0.161\ 9, 0.376\ 9\}^T.$$

由此得到4家医院的正、负理想群体效用分别为

$$S^+ \triangleq \min\{S_i, i = 1, 2, 3, 4\} = 0.130\ 8 \text{ 和 } S^- \triangleq \max\{S_i, i = 1, 2, 3, 4\} = 0.900\ 0;$$

以及正、负理想遗憾值分别为

$$R^+ \triangleq \min\{R_i, i = 1, 2, 3, 4\} = 0.076\ 9 \text{ 和 } R^- \triangleq \max\{R_i, i = 1, 2, 3, 4\} = 0.700\ 0.$$

本文在强化个体遗憾、折中均衡、强化群体效用等 3 种机制下, v 值分别取 0.25, 0.5, 0.75, 利用式(6) 分别得到 4 家医院的 Q 值, 见表 2.

表 2 在 3 种决策机制下 4 家医院折衷值 Q_i 计算结果

决策机制系数	$v = 0.25$	$v = 0.5$	$v = 0.75$
x_1	1.000 0	1.000 0	1.000 0
x_2	0.000 0	0.000 0	0.000 0
x_3	0.118 7	0.100 9	0.083 2
x_4	0.479 8	0.478 1	0.476 4

在所选择的 3 种决策机制下, 根据表 2 折衷值 Q_i 与各医院的 S_i 和 R_i , 均按照取值从小到大排序, 计算结果均为

$$\begin{cases} Q_2 < Q_3 < Q_4 < Q_1; \\ S_2 < S_3 < S_4 < S_1; \\ R_2 < R_3 < R_4 < R_1. \end{cases}$$

根据 VIKOR 法的最优方案判别准则, 表 2 中 3 种决策机制下均有 $Q_3 - Q_2 < 1/3$, 不符合判断准则 1 中的第 2 个条件, 因此, 候选方案 x_2 为不稳定的最优解. 于是, 根据准则 2, 由于 $Q_3 - Q_2 < 1/3$, 但 $Q_4 - Q_2 > 1/3$, 故只能得到折衷解集为 $\{x_2, x_3\}$. 对此, 根据本文给出的准则 3, 在折衷解集中进行择优, 无论在何种决策机制下 x_2 均为最优解.

对于 x_1, x_3, x_4 的排序问题, 按照上述方法重新计算和排序, 同样有 $S_3 < S_4 < S_1, R_3 < R_4 < R_1, Q_3 < Q_4 < Q_1$, 按照判断准则 2 和准则 3 进行择优, 进而得到候选方案 x_3 略优于 x_4 的结论. 继续运用该方法循环, 可得到 x_4 优于 x_1 .

根据以上分析, 无论在何种机制下, 候选方案 x_2 均为最优的候选方案, 排序结果为 $x_2 > x_3 > x_4 > x_1$. 该结果与文献[15, 24-25]所得到的最优解相同, 且排序也一致, 充分说明本文构建的评价与决策方法是同样有效的, 而且经过计算过程的比较, 本文提供的这种新思路计算要更加简洁, 且更加合理易懂.

5 结论

1) 针对多属性评价决策问题, 在概率语言术语集 (PLTS) 刻画属性指标值的环境下, 运用 VIKOR 法将候选方案的整体效益和个体属性遗憾程度同时纳入决策体系目标, 构建了 PLTS—VIKOR 多属性决策模型, 克服了以往 TOPSIS 法、集结算子综合法等决策机制上的不足, 实现了极大化整体效益和最小化遗憾值的决策过程.

2) 本文所提出方法在定性评价和决策问题中具有普适性, 可以进一步推广到直觉模糊集、犹豫模糊集等决策环境中的企业公司选址、风险评估、人员遴选等领域, 具有很好的应用价值.

参考文献:

- [1] Zadeh L A. Fuzzy sets [J]. Information & Control, 1965, 8(3):338-353.
- [2] Atanassov K T. Intuitionistic fuzzy sets[J]. Fuzzy Sets & Systems, 1986, 20(1):87-96.
- [3] Torra V, Narukawa Y. On hesitant fuzzy sets and decision[C]// IEEE International Conference on Fuzzy Systems, 2009. Fuzz -Ieee. IEEE, 2009:1378-1382.
- [4] Krop I E, Lorusso P, Miller K D, et al. A phase II study of trastuzumab emtansine in patients with human epidermal growth factor receptor 2-positive metastatic breast cancer who were previously treated with trastuzumab, lapatinib, an anthracycline, a taxane, and capecitabine[J]. Journal of Clinical Oncology, 2012, 30(26): 3234-3241.
- [5] Meng F, Chen X, Zhang Q. Multi-attribute decision analysis under a linguistic hesitant fuzzy environment[J]. Information Sciences, 2014, 267(13):287-305.
- [6] Pang Q, Wang H, Xu Z. Probabilistic linguistic term sets in multi-attribute group decision making[J]. Information Sciences,

- 2016, 369:128-143.
- [7] 谭春桥, 贾媛. 基于证据理论和前景理论的犹豫-直觉模糊语言多准则决策方法[J]. 控制与决策, 2017, 32(2): 333-339.
- [8] 赵科星, 黄先玖. 概率语言犹豫模糊集及其在多属性决策中的应用[J]. 南昌大学学报:理科版, 2017, 41(6):511-518.
- [9] Bai C, Zhang R, Shen S, et al. Interval - valued probabilistic linguistic term sets in multi-criteria group decision making[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2018, 33:1301-1321.
- [10] Kobina A, Liang D, He X. Probabilistic linguistic power aggregation operators for multi-criteria group decision making[J]. Symmetry, 2017, 9(12):320.
- [11] Liu P, Teng F. Some muirhead mean operators for probabilistic linguistic term sets and their applications to multiple attribute decision-making[J]. Applied Soft Computing, 2018, 68:396-431.
- [12] Zhang Y, Xu Z, Liao H. Water security evaluation based on the TODIM method with probabilistic linguistic term sets[J]. Soft Computing: <https://doi.org/10.1007/s00500-018-3276-9>.
- [13] Liu P, You X. Probabilistic linguistic TODIM approach for multiple attribute decision-making[J]. Granular Computing, 2017 (12):1-10.
- [14] Wu X, Liao H. An approach to quality function deployment based on probabilistic linguistic term sets and ORESTE method for multi-expert multi-criteria decision making[J]. Information Fusion, 2018, 43:13-26.
- [15] Bai C, Zhang R, Qian L, et al. Comparisons of probabilistic linguistic term sets for multi-criteria decision making[J]. Knowledge-Based Systems, 2017, 119(c):284-291.
- [16] 毛小兵, 吴敏, 商娜. 基于概率语言相关系数的多属性群决策模型[J]. 江西师范大学学报(自然科学版), 2018, 42(3):267-274.
- [17] Zhang Y, Xu Z, Wang H, et al. Consistency-based risk assessment with probabilistic linguistic preference relation[J]. Applied Soft Computing, 2016, 49(c):817-833.
- [18] Liao H, Jiang L, Xu Z, et al. A linear programming method for multiple criteria decision making with probabilistic linguistic information[J]. Information Sciences, 2017, 415:341-355.
- [19] Liu H, Jiang L, Xu Z. Entropy measures of probabilistic linguistic term sets[J]. International Journal of Computational Intelligence Systems, 2018, 11(1):45-87.
- [20] Opricovic S. Multicriteria optimization of civil engineering systems[D]. Belgrade:Faculty of Civil Engineering, 1998.
- [21] Opricovic S, Tzeng G. Compromise solution by MCDM methods: A comparative analysis of VIKOR and TOPSIS[J]. European J of Operational Research, 2004, 156(2):445-455
- [22] Delgado M, Verdegay J L, Vila M A. Linguistic decision-making models[J]. International Journal of Intelligent Systems, 2010, 7(5):479-492.
- [23] 袁宇, 关涛, 闫相斌, 等. 基于混合 VIKOR 方法的供应商选择决策模型[J]. 控制与决策, 2014, 29(3): 551 -560.
- [24] Gou X, Xu Z. Novel basic operational laws for linguistic terms, hesitant fuzzy linguistic term sets and probabilistic linguistic term sets[J]. Information Sciences, 2016, 372:407-427.
- [25] Wang J Q, Wu J T, Wang J, et al. Multi-criteria decision-making methods based on the Hausdorff distance of hesitant fuzzy linguistic numbers[J]. Soft Computing, 2016, 20(4):1621-1633.