

田晓艳,刘静,代建波.隧道开挖引发土层变位的经验法分析[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2021,36(1):57-65.
doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2021.01.009

TIAN X Y, LIU J, DAI J B. Experience Method Analysis of the Soil Layer Displacement Induced by the Tunnel Excavation [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021, 36(1):57-65. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2021.01.009

隧道开挖引发土层变位的经验法分析

田晓艳*,刘静,代建波

(西安石油大学 机械工程学院,陕西 西安 710065)

摘要:为了得到便于工程采用的由于隧道开挖引发深层土体竖向位移和水平位移的简化估算法,本文考虑围岩土性,采取Peck公式基于平面应变原理和岩土体的不可压缩性,经过简单推导得到隧道轴线上方任意土层深度位移的计算表达式。通过与已有工程案例、现有计算理论和有限元结果进行对比研究:表明文章所提出的简化估算法与现场实测数据和有限元模拟结果曲线吻合,验证了计算公式的适用性与可行性;提出了硬黏土地区参数的合理取值范围: $\varphi \in [10^\circ, 20^\circ]$, $m \in [0.4, 0.5]$, $n \in [0.3, 0.7]$,从而为类似土质的隧道工程提供简单快速的计算方法。

关键词:隧道开挖;深层土体竖向位移和水平位移;简化估算法;硬黏土;参数的合理取值范围

中图分类号:TU429 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2021)01-0057-09

Experience Method Analysis of the Soil Layer Displacement Induced by the Tunnel Excavation

TIAN Xiaoyan, LIU Jing, DAI Jianbo

(Mechanical Engineering College, Xi'an Shiyou University, Xi'an 710065, China)

Abstract: In order to get the simplified calculation method of the vertical displacement and the horizontal displacement of the deep soil induced by the tunnel excavation in engineering using , based on the principle of the plane strain and the incompressibility of the rock and soil, Peck formulas were used to get the calculating formular of the displacement of the deep soil by considering the soil characteristic of the surrounding rock. Through the comparison with the existing engineering cases, the existing calculation theories and finite element results , the results show that the curve of the proposed simplified calculation method is satisfied for the measured dates and the results of the finite element simulation, and it is feasible and applicable for the engineering . The rational range of the parameters values for the rigid clay soil are $\varphi \in [10^\circ, 20^\circ]$, $m \in [0.4, 0.5]$, $n \in [0.3, 0.7]$, moreover it give a simple and fast calculating method for the similar soil engineering.

Keywords: the tunnel excavation;the vertical displacement and the horizontal displacement of the deep soil;the simplified calculation method;the rigid clay soil;the rational range of the parameters values

21世纪是“地下空间开发的新纪元”,地铁建设既便于市民出行又改善城市容貌,但对环境亦产生不

收稿日期:2016-09-05 修改日期:2020-12-28

基金项目:国家自然科学基金青年科学基金资助项目(51405385;51808446);陕西省教育厅专项科研计划项目资助(15JK1562);西安石油大学博士科研启动项目资助(250205002)

*通信作者,E-mail: tianxy365@163.com

利影响,而地铁对周边环境影响的根源是其开挖引发的土体位移对环境的影响。迄今为止,预测地铁隧道开挖对岩体变形的理论研究大致归纳为2类:一是经验公式类,如O'Reilly & New^[1]假定土体各点最终的位移矢量指向隧道轴线得其各点横向位移,但缺陷是隧道轴线附近的水平位移趋于无穷大;夏元友^[2]借用韩煊^[3]沉降槽“归一化”结论得出隧道轴线上方土体的水平位移简化公式,但工程应用时需根据实测数据拟合得参数k和 α 的取值,使用受限;王占生^[4]针对Attewell^[5]理论得出隧道轴线位置处水平位移无穷大的不合理结论,研究了间隙参数和沉降槽宽度系数随深度的变化规律,通过几何关系推导得出估算水平位移的方法,但间隙参数的计算较为复杂;二是理论解析类,Sagaset^[6]引入隧道均匀收缩边界条件和土体不可压缩性假定,得到弹性半空间由于隧道开挖引起的土体自由场分布的解析解;Verrijt 和 Booker^[7]基于Sagaset^[6]的研究考虑土体可压缩性和隧道非均匀收缩边界条件得出土体自由场分布的解析解;魏纲^[8]基于Verrijt解考虑施工阶段由于土层削弱引起土体变形的平面修正解析解,但参数B和 λ 取值复杂;Loganathan^[9]基于大量实测资料得到底部收缩为0且拱顶最大径向收缩的非均匀分布的土体自由场解析解,该方法得到了国内外学者的广泛应用与改进;Park^[10]使用4种不同孔洞周边位移模式扩展了其方法的使用;魏纲、魏新江^[11]研究土体内摩擦角和土体损失边界条件对位移的影响得其修正解析解,但计算公式繁琐;黄晓琳^[12]利用傅里叶级数求解微分方程复变函数法得出土体自由场位移的解析解,但理论计算复杂;施成华^[13]、齐静静^[14]基于随机介质理论研究了非均匀收敛模式的空间位移场和应力场的解析解,但需编制复杂的计算程序,不便于实际工程采用;故而本文首先比较研究现有的土体位移理论计算方法的优缺点以及现有经验法使用中的不便之处;然后引用考虑土体性质的深层土体沉降槽宽度系数的计算公式,基于平面应变原理的采取Peck公式经过简单推导得出隧道开挖引起深部土体位移的计算公式;最后通过算例验证公式的可行性以及参数的合理取值范围。

1 现有方法及比对分析

1.1 Loganathan 和 Poulos 解

Loganathan 和 Poulos^[9]利用明德林解研究了非均匀径向收敛模型隧洞的任意土层深度的位移解析解:

$$s_y(y, z) = -R^2 y \left\{ \frac{1}{y^2 + (H-z)^2} + \frac{3-4\mu}{y^2 + (H+z)^2} - \frac{4z(z+H)}{[y^2 + (H+z)^2]^2} \right\} \frac{4Rg_0 + g_0^2}{4R^2} \exp \left\{ - \left[\frac{1.38y^2}{(H\cot\beta + R)^2} + \frac{0.69z^2}{H^2} \right] \right\}; \quad (1)$$

$$S_z(y, z) = R^2 \left\{ \frac{z-H}{y^2 + (z-H)^2} + (3-4\mu) \frac{z+H}{y^2 + (z+H)^2} - \frac{2z[y-(z+H)^2]}{[y^2 + (z+H)^2]^2} \right\} \frac{4Rg_0 + g_0^2}{4R^2} \exp \left\{ - \left[\frac{1.38y^2}{(H\cot\beta + R)^2} + \frac{0.69z^2}{H^2} \right] \right\}. \quad (2)$$

式中: $s_y(y, z)$, $S_z(y, z)$ 为任意位置土体的水平位移、竖向位移; R, H 为隧道半径、埋深; μ 为泊松比; g_0 为间隙参数; β 为地层影响角范围,取 45° .

1.2 随机介质理论解

50年代Litwiniszyn用随机理论来研究受诸多因素控制的岩体的运动过程,国内学者刘宝琛^[15]将其成功应用于煤矿“三下”开采中;谷拴成^[16]将其成功扩展到隧道掘进诱发的地表变形中;施成华^[13]深究了隧道开挖引起土层变位的时空效应,本文计算中拟采用圆形断面盾构机且匀速掘进一定距离时的计算表达式,即文献[14].

$$S_x(x, y, z) = \int_{-l}^0 \int_a^b \int_c^d \frac{(x-\xi) \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^3} \exp \left\{ - \frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^2} [(x-\xi)^2 + (y-\sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta - \int_{-l}^0 \int_e^f \int_g^h \frac{(x-\xi) \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^3} \exp \left\{ - \frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^2} [(x-\xi)^2 + (y-\sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta; \quad (3)$$

$$S_y(x, y, z) = \int_{-l}^0 \int_a^b \int_c^d \frac{(y-\sigma) \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^3} \exp \left\{ - \frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta-z)^2} [(x-\xi)^2 + (y-\sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta -$$

$$\int_{-l}^0 \int_e^f \frac{(y - \sigma) \tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^3} \exp \left\{ -\frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^2} [(x - \xi)^2 + (y - \sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta; \quad (4)$$

$$S_z(x, y, z) = \int_{-l}^0 \int_a^b \int_c^d \frac{\tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^2} \exp \left\{ -\frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^2} [(x - \xi)^2 + (y - \sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta - \int_{-l}^0 \int_e^f \frac{\tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^2} \exp \left\{ -\frac{\pi \tan^2 \beta_z}{(\eta - z)^2} [(x - \xi)^2 + (y - \sigma)^2] \right\} d\xi d\zeta d\eta; \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \tan \beta_z &= (H - z) / (i(z) \sqrt{2\pi}) = (H - z) / (i(0) (1 - z/H)^{0.3} \sqrt{2\pi}) = \\ (H - z) / \left(\frac{D}{2} \left(\frac{H}{D} \right)^{0.9} (1 - z/H)^{0.3} \sqrt{2\pi} \right). \end{aligned} \quad (6)$$

圆形断面隧道底部为0的积分限:

$$a = H - R;$$

$$b = H + R;$$

$$c = -\sqrt{R^2 - (H - \eta)^2};$$

$$d = \sqrt{R^2 - (H - \eta)^2};$$

$$e = H - R + g_0;$$

$$f = H + R;$$

$$g = -\sqrt{(R - g_0/2)^2 - (H + g_0/2 - \eta)^2};$$

$$h = \sqrt{(R - g_0/2)^2 - (H + g_0/2 - \eta)^2}.$$

式中: $s_x(x, y, z)$, $s_y(x, y, z)$, $s_z(x, y, z)$ 为任意位置土体的 x 向水平位移、 y 向水平位移、竖向位移; g_0 为间隙参数; $\tan \beta_z$ 为地层的影响角.

1.3 经验公式

实际工程中常采取经验法来确定地表的变形,如 Peck^[17], Attewell 和 Woodman^[18]用“Gauss 曲线”来描述其变形,虽然 Peck 公式符合高斯曲线没有理论依据,但沉降槽曲线形状与常规的实测曲线形状非常相似,且只需要很少的参数来确定曲线形状,很容易拟合各种情况的沉降槽,故而在工程上得已广泛使用. Mair^[19]认为土层深度的沉降槽亦符合正态分布,只是不同深度 $i(z)$ ($k(z)$) 的取值不同,但是 Mair 通过离心模型试验结果统计得出:任何土层地表的 $k(z)$ 是固定值,显然不合理.鉴于此,国内学者对 $k(z)$ 进行改进,归纳起来有 3 类:孙玉永^[20]、姜忻良^[21]类;韩煊^[3]类;魏纲^[8]类.学者夏元友^[2]通过算例结果表明此 3 类 k_z 曲线变化规律是一致的,均有其参考价值,夏元友在研究期间为使其 $i(z)$ 计算表达式简单,采取第 2 类 $k(z)$,即

$$S_z(y, z) = \iint \frac{1}{2.5i(z)} \exp \left(-\frac{y^2}{2i(z)^2} \right) d\varepsilon d\eta = S_{\max} \exp \left(-\frac{y^2}{2i(z)^2} \right) = \frac{V_l}{2.5i(z)} \exp \left(-\frac{y^2}{2i(z)^2} \right); \quad (7)$$

$$S_y(y, z) = - \int (\partial s_z(y, z) / \partial y) dz + c = - \int \frac{V_l}{2.5i(z)} \exp \left\{ -\frac{y^2}{2[i(z)]^2} \right\} dz + c; \quad (8)$$

$$i(z) = k(z) (H - z); \quad (9)$$

$$k_z = \frac{1 - \alpha(z/H)}{1 - z/H} k, \quad 0 < \alpha < 1; \quad (10)$$

$$i(z) = k(z) (H - z) = k(z) (H - \alpha z). \quad (11)$$

式中: S_{\max} 为最大竖向位移; V_l 为土体损失; $i(z)$ 为沉降槽宽度; $k(z)$ 为沉降槽宽度系数; α 为土质系数.

1.4 计算方法比对分析

如不做特殊说明,文中所有图例中经验公式解均指文献[2]解.

算例:英国伦敦 Heathrow Express 试验隧道: $H = 19$ m, $H/D = 2.24$, 主要穿透伦敦硬黏土, $g = 0.058$ m, $u = 0.4$, $e = 0.014$, 计算结果对比如图 1 所示.

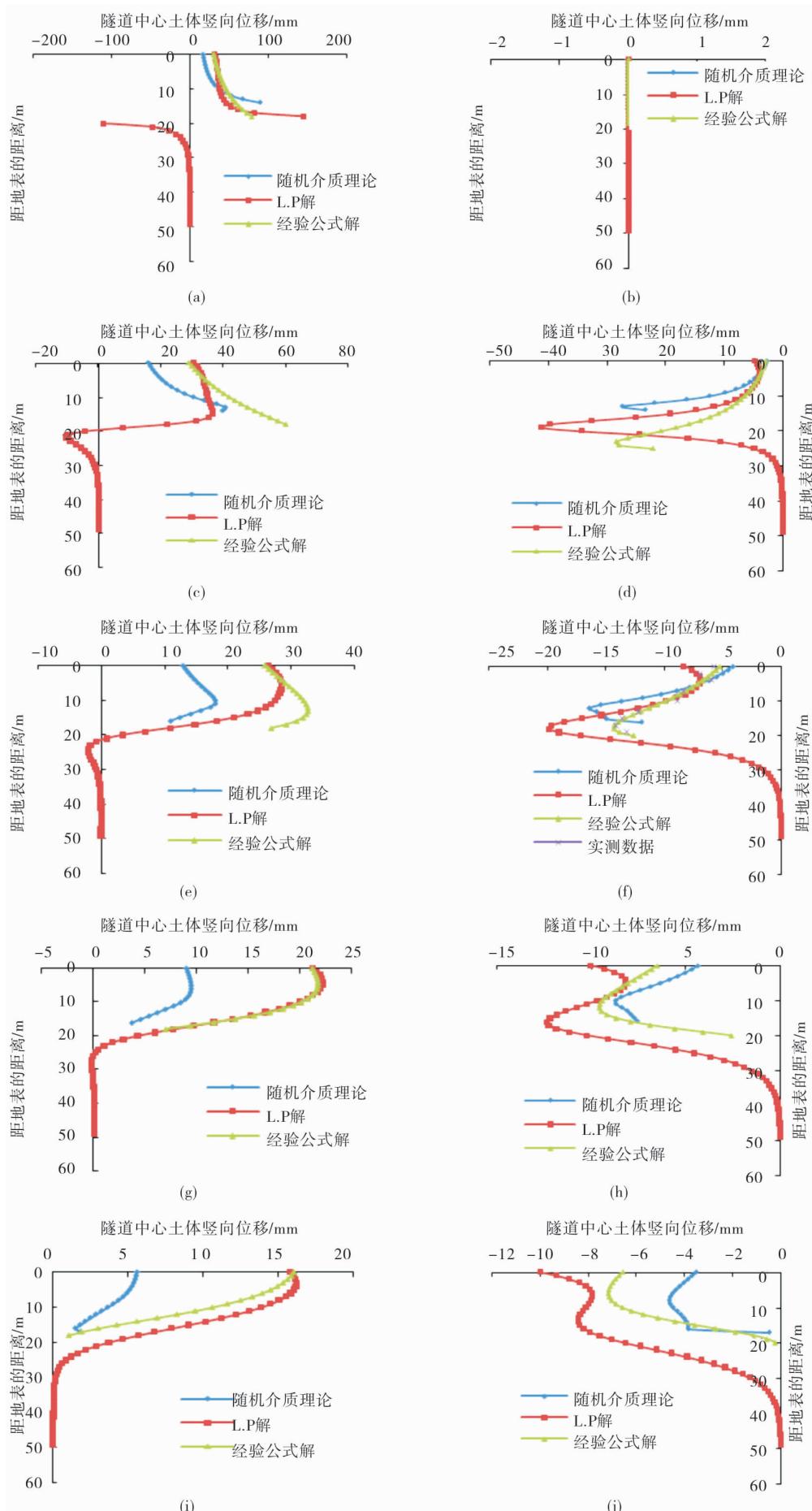


图1 Heathrow Express 隧道

图1a和图1b结果表明:3种计算理论所得的隧道轴线上方土体的水平位移及竖向位移随深度的变化规律是一致的;图1c~图1f结果表明:土体距离隧道 $<1D$ 时,3种计算理论所得的轴线上方土体的水平位移随深度的变化规律是一致的,但L.P解所得深层土体竖向位移变化趋势不同于随机介质理论和经验公式解,且随机介质理论和经验公式解所得竖向位移随深度的变化曲线基本吻合,且图1f隧道轴线上方深层土体的竖向位移曲线与实测曲线基本吻合;图1g~图1j结果表明:土体距离隧道 $>1D$ 时,L.P解与经验公式解所得的距离隧道轴线上方土体的水平位移、竖向位移随深度的变化规律是一致的。

结果分析:隧道施工引起轴线上方土体水平位移和竖向位移深度的变化规律与隧道的埋深和隧道的断面尺寸以及距离隧道的水平距离有关。

- 1) 3种计算理论所得的隧道轴线正上方土体深度的竖向位移和水平位移规律一致;
- 2) 隧道埋深相同且开挖断面较大(H/D 较小)时,近邻隧道施工3种计算理论所得的轴线上方土体的水平位移随深度的变化规律是一致的,但L.P解所得土体竖向位移变化规律不同于随机介质理论和经验公式解;随着距离的增大,L.P解与经验公式解所得的距离隧道轴线上方土体的水平位移、竖向位移随深度的变化规律一致;
- 3) 研究近邻隧道施工对周围建筑物及基础的内力及位移时,若采用L.P解求其隧道轴线上的自由场竖向位移时其计算结果误差较大;且L.P解曲线变化受其隧道埋深影响很大;
- 4) 随机介质理论能计算任意时间点围岩土体的空间变形,但参数 $\tan\beta_z$ 确定较为麻烦,且在应用过程中无法得到其原函数,需将三重积分首先转化为数值积分再编译专门的计算程序来进行求解,一般工程技术人员较难采用,且该结果对于近地表处位移计算结果较好,而隧道附近的结果与监测值相差甚远,且文中数值偏小的原因是隧道工作面在 $0.5D$ 范围内其值约为总沉降量的50%;
- 5) 3种计算理论中经验公式解无论数值结果还是曲线变化趋势均介于二者之间;且近邻隧道施工时经验公式所得的随深度变化曲线与实测曲线基本吻合。

1.5 不足之处

国内诸多地区实测资料亦表明:Peck公式有其广泛的地区适用性且工程上应用简单,但是上述经验公式解(即文献[2]解)在工程应用时,需要具备以下几个条件:

- 1)凭借地面沉降槽监测数据,采用Peck公式拟合出相应的参数 $V(s)$ 和*i*(0)的值;
- 2)需要测斜管测得距离隧道某一位置的水平位移实测数据,然后对数据进行拟合得到相应参数 α 的取值;
- 3)根据地表沉降数据和水平位移数据,通过地层深度换算得参数*k*(*z*)的数值,但工程实际中很难得到所需位置处的水平位移实测数据,所以使用亦受到限制。

2 本文方法

前述的经验公式法工程适用性受限,故而对此进行改进,即改进沉降槽宽度系数*i*(*z*),文献[22]结果表明:*i*(*z*)/*i*(0)与 $(1 - z/H)$ 基本呈幂指数关系,即

$$i(z) = i(0) (1 - z/H)^n. \quad (12)$$

式中:*i*(*z*)为任意土层深度 z 处的沉降槽宽度;*i*(0)为地表处的沉降槽宽度; n 为与隧道半径和土质条件有关, $n = 0.35 \sim 0.85$, n 越小,*i*(*z*)越大。

式(12)得到广泛应用,但不同学者对*n*的取值意见不同,齐静静和姜忻良均认为: $n = 0.3$,故而*n*值范围值得商讨。

文献[23]结果亦表明:*i*(0)与 R, H, φ (内摩擦角)有关,且22组实测数据中显示91%的结果认为*i*(0)与 $R + H \tan(45 - \varphi/2)$ 呈线性比例关系,即

$$i(0) = m [R + H \tan(45 - \varphi/2)]. \quad (13)$$

式中: φ 为土体内摩擦角; R 为隧道的断面半径; m 为关系参数。

单元开挖必然引起土体竖向变形 $s_z(y, z)$,继而引发其水平位移 $s_y(y, z)$,考虑平面应变原理:

$$\partial s_z(y, z) / \partial y + \partial s_y(y, z) / \partial z = 0. \quad (14)$$

由式(14)得

$$S_y(y, z) = - \int \frac{V_l}{2.5i(z)} \exp\left\{-\frac{y^2}{2[i(z)]^2}\right\} dz + c. \quad (15)$$

其中 c 值可由条件 $y = 0, s_y(y, z) = 0$ 求得.

联立式(12)和式(13)得

$$i(z) = m[R + H \tan(45 - \varphi/2)] (1 - z/H)^n. \quad (16)$$

式(15)表达式简单且概念明确,当已知隧洞断面、上覆土层厚度、土体损失及土质参数后,通过积分得其计算结果,公式简单,只需编译简单的循环即可得出所研究问题的最终解答.

3 工程实例分析

3.1 公式的可行性和适用性剖析

算例 1: Heathrow: $H = 19 \text{ m}, R = 4.25 \text{ m}, V(s) = 0.8074, \alpha = 0.65, k = 0.56, \varphi = 15^\circ, m = 0.475, n = 0.6$, 计算结果对比如图 2 所示.

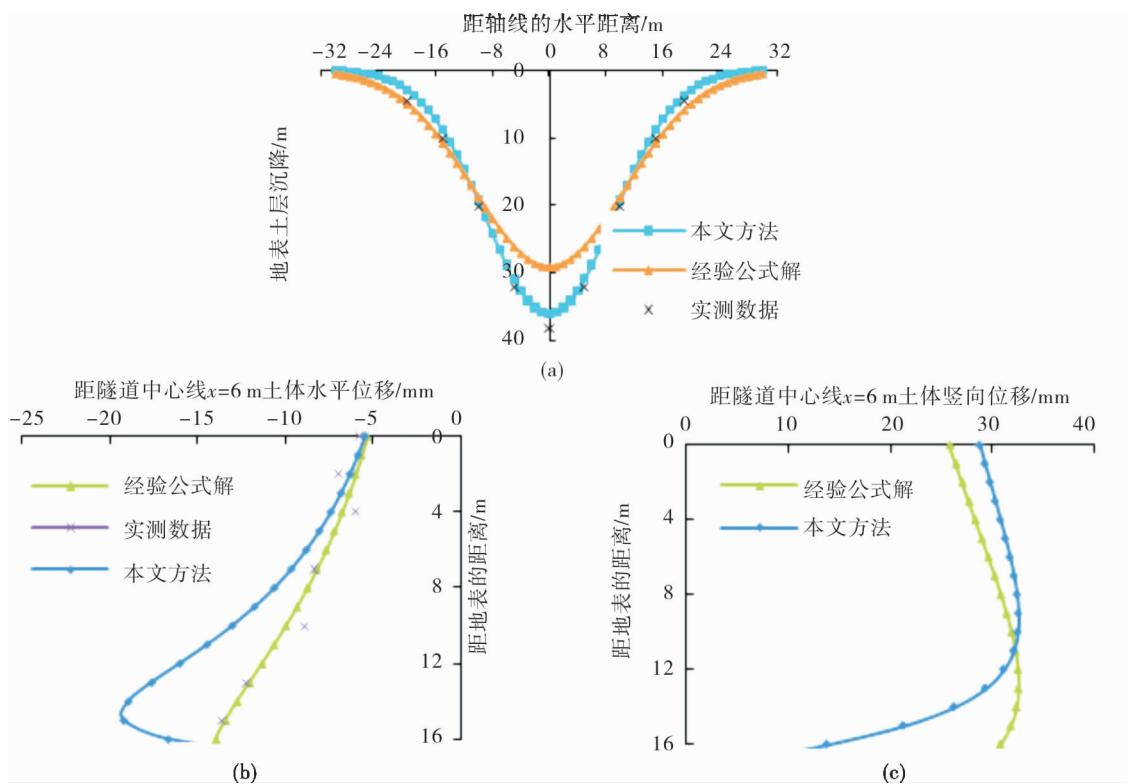


图 2 Heathrow 工程

由图 2 可知:本文方法所得地面沉降曲线与实测值吻合很好;且距轴线 6 m 处水平位移高于实测值,工程上偏于安全.

算例 2:天津地铁 1 号线: $H = 11.848 \text{ m}, R = 3.195 \text{ m}, V(s) = 0.312, m = 0.475, n = 0.5, \varphi = 25^\circ$, 计算结果对比如图 3 所示.

由图 3 可知:本文方法所得的地表沉降曲线与实测曲线基本吻合,地表最大沉降略低于实测值,但距隧道轴线 6 m 处水平位移低于实测值较多,原因是实测值假定地面为不动点,且影响土体水平位移的因素较多,但总体来讲隧道顶部以上土体位移计算值与实测值曲线走向一致.

算例 3:广州地铁 2 号线: $H = 26 \text{ m}, R = 3 \text{ m}, V(s) = 0.1793, \varphi = 25^\circ, n = 0.5, m = 0.475$.

由图 4 可知:本文方法所得隧道中心线处土体竖向位移和距轴线 6 m 处水平位移曲线趋势与实测值吻合很好,且数值均高于实测值,工程上偏于安全.

3.2 参数区间范围的选择

为避免赘述,仅分析 Heathrow 隧道,计算结果对比如图 5~图 7 所示.

由图5可知,对硬黏土而言, $\varphi \in (10^\circ, 20^\circ)$, m, n 不变, 改变内摩擦角数值, 深层土体位移曲线形式基本不变, φ 增大, 竖向位移先增大后减小, 水平位移先减小后增大, 但数值变化甚微.

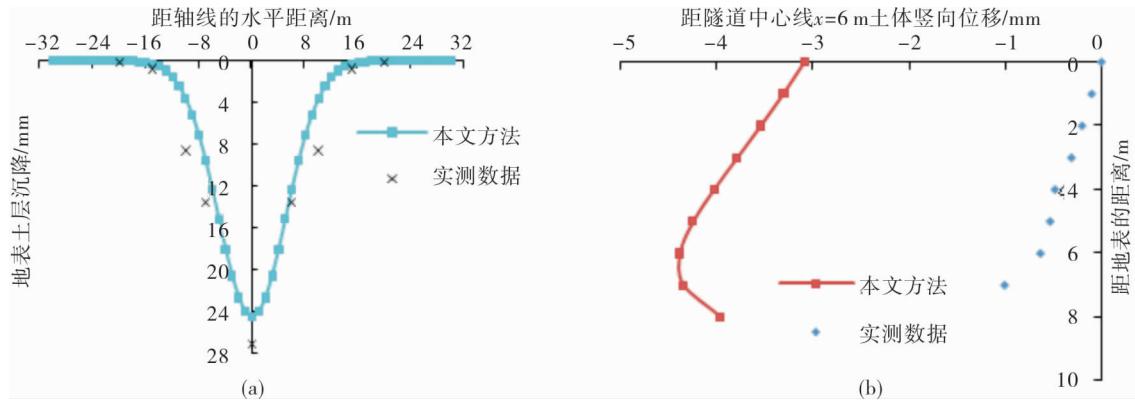


图3 天津地铁1号线

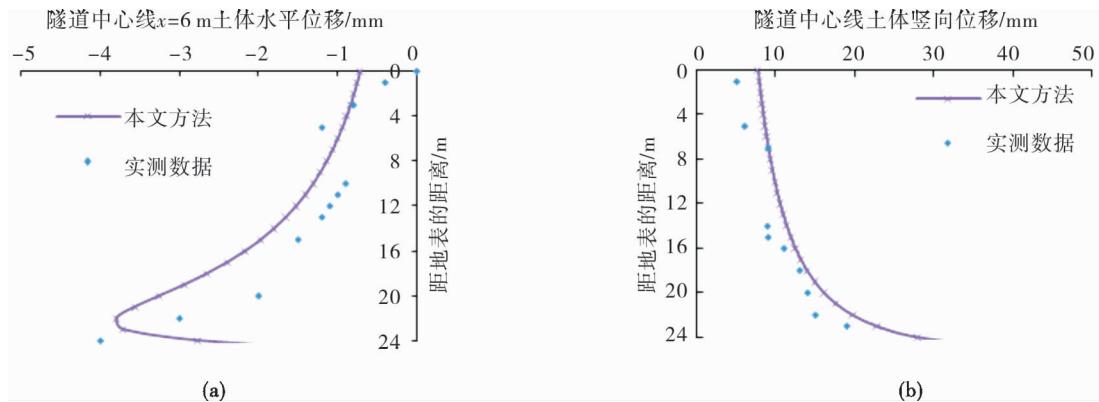


图4 广州地铁2号线

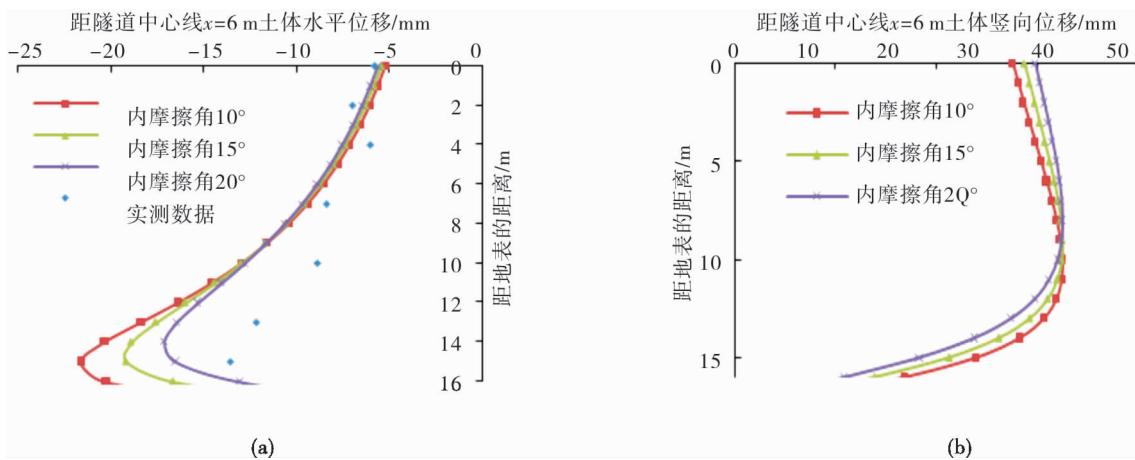
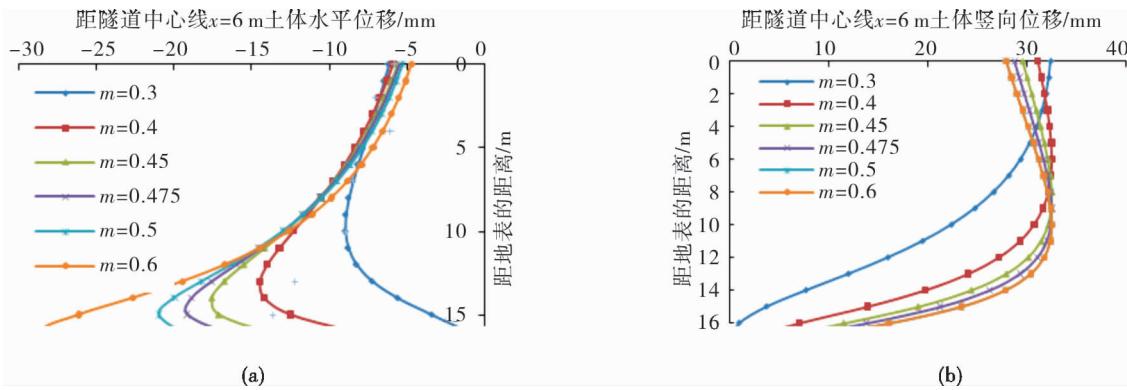
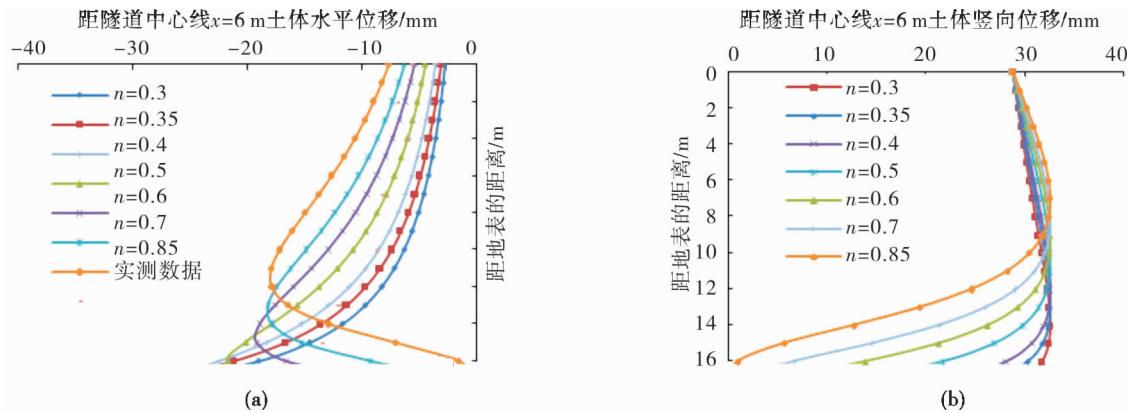


图5 内摩擦角对 Heathrow 隧道的影响

由图6可知,对硬黏土而言, n, φ 不变, $m = 0.3$, 土体竖向位移曲线变化异常, 且近轴线处水平位移较实测值小很多, 趋于0, 偏离理论值与实测值; $m = 0.6$, 近轴线处水平位移偏离实测值较多; 故取 $m \in [0.4, 0.5]$, 与文献[23]实测结果范围基本吻合.

由图7可知,对硬黏土而言, m, φ 不变, $n > 0.7$, 隧道轴线附近上方处的水平位移和竖向位移减幅过快, 且接近轴线处的数值趋于0, 而理论与实际证明: 隧道底部下方一定位置处竖向和水平位移为0, 故而 $n \in [0.3, 0.7]$. 文献[22]实测范围 $n \in [0.35, 0.85]$, 且对砂土 $n = 0.85$, 但文献[24]实测得 $n = 0.3$.

图6 参数 m 对Heathrow隧道的影响图7 参数 n 对Heathrow隧道的影响

4 数值结果分析

使用FLAC^{3D}模拟 $R = 3$ m, $H = 15$ m隧道,为了减少模型边界条件的影响,模型设定为 80 m× 50 m× 45 m,采用Mohr-Coulomb,边界条件:上表面自由边界,下表面固定,侧面限制水平位移,监测点选 $y = 25$ m断面,模型见图8,结果见图9。

由图9可知:本文研究方法所得的深层土体竖向位移与有限元模拟结果的曲线趋势基本一致;隧道上方深层土体水平位移与有限元解一致,只是在隧道轴线附近有限元解考虑隧道衬砌椭圆形变化,故而土体位移有背向隧道轴线的趋势;若考虑地层损失及应力释放,则侧边土体将移向隧道中心,所以有限元模拟时要区分是衬砌变形为主还是地层损失和应力释放为主。

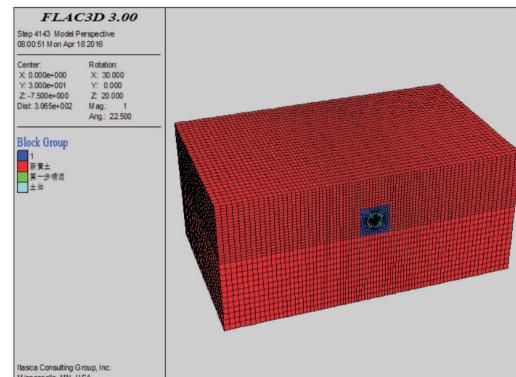


图8 FEM模型

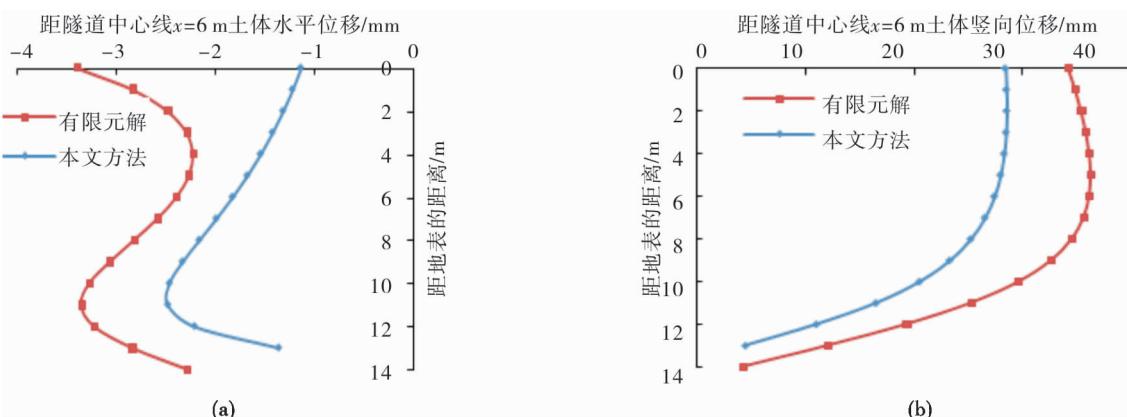


图9 本文方法与FEM值

5 结论

- 1) 经验法相对于随机介质理论来讲,计算方法简洁,只需编制简单计算程序即可,便于工程使用^[25],但经验法不能考虑各种隧道断面形式、实际的土体应力场对土层变形的影响。
- 2) 本文所提出的经验解相对于文献[2]解来说,参数取值简单,且不需要实测的水平位移获取参数的取值;
- 3) 本文选取计算深层土体的沉降槽宽度系数时,不仅需考虑隧道自身状况(R, H),还需研究围岩的土质情况(m, n, φ).
- 4) 考虑围岩土体性质对参数进行分析时,对于硬黏土来说,认为 $\varphi \in [10^\circ, 20^\circ]$, $m \in [0.4, 0.5]$, $n \in [0.3, 0.7]$ 是合理的; m 的取值范围小,故而产生的误差小,且在实际工程采用经验法初估位移时 m 可取均值。
- 5) 本文方法不足之处不能计算隧道轴线下方土体位移,故而不能研究隧道侧穿较长桩基效应问题。

参考文献:

- [1] O'Reilly M P, New B M. Settlement above tunnels in the United Kingdom—their magnitude and Prediction. in: Tunneling Symposium[M]. London: Institution of Mining and Metallurgy, 1982: 173–181.
- [2] 夏元友,陈春舒,BAKRI M,等.浅埋隧道开挖引起的土体水平位移分析[J].岩土力学,2015,36(2):354–360.
- [3] 韩煊.隧道施工引起地层位移及建筑物变形预测的实用方法研究[D].西安:西安理工大学,2006.
- [4] 王占生,王梦怒,张弥.盾构隧道施工引起地表下土体变位的分析评估[J].岩土力学,2009,30(6):1699–1704.
- [5] Attewell P B, Selby A R. Tunneling incompressible soils: large ground movements and structural implications[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 1989, 4(4): 481–487.
- [6] Sagaseta C. Analysis of undrained soil deformation due to ground loss[J]. Geotechnique, 1987, 37(3): 301–320.
- [7] Verruijt A, Booker J R. Surface settlements due to deformation of a tunnel in an elastic half plane[J]. Geotechnique, 1998, 46(5): 753–756.
- [8] 魏纲.盾构法隧道施工引起的土体变形预测[J].岩石力学与工程学报,2009,28(2):418–424.
- [9] Poulos H G, Stewart D P, Loganathan N. Centrifuge model testing of tunneling-induced ground and pile deformations [J]. Geotechnique, 2000, 50(3): 283–294.
- [10] PARK K H. Elastic solution for tunneling-induced ground movements in clays[J]. International Journal of Geomechanics, 2004, 4(4): 310–318.
- [11] 魏纲,魏新江,龚慈,等.软土中盾构法隧道引起的土体移动计算研究[J].岩土力学,2006,27(6):995–999.
- [12] 黄晓林,周志刚,刘齐建.浅埋隧道开挖引起的高铁轨道变形与内力分析[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2019,34(1):42–48.
- [13] 施成华,彭立敏,雷明锋.盾构法施工隧道地层变形时空统一预测方法研究[J].岩土力学,2009,30(8):2379–2384.
- [14] 齐静静,徐日庆,魏纲.盾构施工引起土体三维变形的计算方法研究[J].岩土力学,2009,30(8):2442–2446.
- [15] 刘宝琛.随机介质理论及其在开挖引起的地表下沉问题中的应用[J].中国有色金属学报,1992,2(3):8–14.
- [16] 谷拴成,李敏.西安地铁盾构施工地表沉降随机介质预测研究[J].铁道工程学报,2014, 3 (186):110–115.
- [17] PECK R B. Deep excavations and tunnelling in soft ground[C]//Proceedings of the 7th International Conference on Soil Mechanics and Foundation Engineering. Mexico: Balkema A A, 1969: 225–290
- [18] Attewell P B, Woodman J P. Predicting the dynamics of ground settlement and its Derivatives caused by tunneling in soil[J]. Ground Engineering, 1982, 15(8): 13–20.
- [19] Mair R J, Taylor R N, Bracegirdle A. Subsurface settlement profiles above tunnels in clay[J]. Géotechnique, 1995, 45(2):361–362.
- [20] 孙玉永,周顺华,宫全美.软土地区后掘进引起的深层位移场分布规律[J].岩石力学与工程学报,2009,28(3): 500–506.
- [21] 姜忻良,李林,袁杰,等.深层地铁盾构施工地层水平位移动态分析[J].岩土力学,2011,32(4): 1186–1192.
- [22] 魏纲.盾构隧道深层土体沉降槽宽度系数计算方法研究[J].公路交通科技,2010,27(4):110–114.
- [23] 魏纲.盾构法隧道地面沉降槽宽度系数取值的研究[J].工业建筑,2009,39(12):74–79.
- [24] 姜忻良,赵志民,李园.隧道开挖引起土层沉降槽曲线形态的分析与计算[J].岩土力学,2005,25(4):1542–1544.
- [25] 田晓艳,朱熹育,代建波.隧道开挖对建筑物条形基础效应的简化解析解[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2020,35(3):39–44.