

李鹏,何宸宇,刘琪,等.基于A*扩展自适应蚁群算法的移动机器人路径规划[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2021,36(2):85-92. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2021.02.013

LI P, HE C Y, LIU Q, et al. Research on Path Planning of Mobile Robot Based on A-star Extended Adaptive Ant Colony Algorithm [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2021,36(2): 85-92. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2021.02.013

基于A*扩展自适应蚁群算法的 移动机器人路径规划

李鹏*,何宸宇,刘琪,荣冬成,向宇翔

(湘潭大学自动化与电子信息学院,湖南湘潭411105)

摘要:针对传统蚁群算法存在收敛速度慢、搜索效率低等问题,提出一种A*扩展自适应蚁群算法.首先利用A*算法在栅格环境下搜索初始路径,扩展初始路径构建优势区域,优化优势区域的初始信息素,避免蚁群算法在初期陷入盲目搜索;然后在转移概率中引入变向启发函数和参数自适应伪随机比例规则,提升算法搜索效率与收敛速度并淘汰劣质蚂蚁路径;最后采用B样条曲线对路径进行平滑.对比2种栅格环境下的仿真结果可知:所提出的算法能够有效地解决蚁群算法搜索效率低以及收敛速度过慢的问题,同时可以保证搜索路径的质量.

关键词:移动机器人;蚁群算法;路径规划;栅格法

中图分类号:TP242 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2021)02-0085-08

Research on Path Planning of Mobile Robot Based on A-star Extended Adaptive Ant Colony Algorithm

LI Peng, HE Chenyu, LIU Qi, RONG Dongcheng, XIANG Yuxiang

(College of Automation and Electronic Information, Xiangtan University, Xiangtan 411105, China)

Abstract: An A-star extended adaptive ant colony algorithm was proposed to solve the problems of slow convergence and low search efficiency. Firstly, A-star algorithm was used to search the initial path in grid environment, and the initial path was expanded to build the advantage area, the initial pheromone of the advantage area was optimized to avoid blind search at the initial stage of the algorithm. In order to improve the search efficiency and accelerate the convergence of the algorithm, the transformation heuristic and parameter adaptive pseudo random proportion were introduced to calculate the transformation probability; and the pheromone weights of the high quality ant path were updated adaptively, the inferior ant path was eliminated after ant colony classification was finished based on the average path of each iteration. Finally, B-spline curve was used to smooth the path. By comparing the results of two different grid environments, it was shown that this algorithm ensures the quality of the search path while solving the inefficiency and slowing convergence of ant colony algorithm.

Keywords: mobile robot; ant colony algorithm; path planning; grid method

收稿日期:2020-06-26

基金项目:国家自然科学基金资助项目(61773330);湖南省科技厅重点研发计划项目资助(2018GK2014)

*通信作者,E-mail: pengli.hit@gmail.com

路径规划是智能机器人众多研究方向中较为重要的领域,是机器人实现自主移动与导航任务中不可或缺的部分^[1].路径规划的目的是根据机器人的起始点位置与目标点位置,在所处的环境下规划出综合指标最优的路径.目前,Dijkstra 算法^[2]、A* 算法^[3]等传统算法已应用于机器人路径规划中.随着机器人的应用场景越来越广泛,人们对机器人规划路径的综合性能指标要求也越来越高,传统算法已经无法满足人们的需要,人工鱼群^[4]、蚁群算法^[5]、粒子群算法^[6]等群体智能优化算法开始被用于解决机器人路径规划问题.

蚁群优化算法(Ant Colony Optimization, ACO)是一种根据蚂蚁找寻食物的方式创造的群体智能优化算法,蚁群算法的信息正反馈机制与较好的鲁棒性使得其被广泛应用于解决机器人路径规划问题中,但蚁群算法也具有易陷入死锁、搜索速度较慢和易陷入局部收敛等缺陷.针对这些问题,许多学者提出了相应的改进方法.Akka^[7]提出一种基于路径安全信息的概率选择策略,减少了蚂蚁死锁的出现;Rajput^[8]在选择概率中加入了一种八维的离散向量作为导向因子,记录蚂蚁上一次运动方向对下一次运动方向的影响,减小了蚂蚁朝不利方向移动的概率;Yue^[9]对一次迭代中蚂蚁搜索的路径进行排序,然后将排序靠后蚂蚁路径的挥发系数进行惩罚用以减弱不良路径的影响,同时引入信息素的上下界避免了蚂蚁过早陷入局部收敛.

本文在传统蚁群算法的基础上进行如下改进:通过 A* 算法在栅格环境搜索初始路径,以该路径为中心进行扩展,对扩展区域内的初始信息素浓度进行优化;引入变向代价与自适应伪随机比例规则相结合,提升路径质量;改进信息素更新策略,优质蚂蚁进行自适应权值更新,劣质蚂蚁不更新以避免其干扰;利用 B 样条曲线对路径进行平滑优化.

1 环境建模

环境建模对解决路径规划问题至关重要,常用的建模方法有拓扑图法^[9]、Voronoi 图法^[10]、栅格法^[11]和可视图法^[12]等.栅格法因其简单高效且具有良好的适用性与可行性,被大量用于解决机器人路径规划问题.

采用栅格法进行环境建模,将寻径区域平面化后划分为大小相同的数个栅格.可行区域用空白栅格表示,障碍区域用黑色栅格表示,未占满一个栅格的障碍按一个完整栅格处理^[13].针对不规则的非凸障碍物,本文采用膨胀法进行地图预处理,对不规则障碍物根据其外部形状向外扩张,直至填满所有未占满的栅格.蚂蚁所在栅格可以移动至与其相接的可行栅格,每个栅格拥有对应的序号与坐标以便于蚂蚁爬行路径的记录,以 20×20 大小的环境为例,从左上栅格至右下栅格的标号依次 1, 2, …, 400, 其栅格环境如图 1 所示.

由于采用了序号与坐标相结合的方式标记栅格,因此,2 种标记方式之间的转换方法如式(1)所示.

$$\begin{cases} x = \text{mod}(G/M) - 0.5; \\ y = M - \text{ceil}(G/M) + 0.5. \end{cases} \quad (1)$$

式中:mod 为取余计算;ceil 为取整计算;G 为栅格序号;M 为 1 列栅格的数量.

2 蚁群算法的基本原理

蚁群算法基于自然界中蚂蚁群在觅食过程中寻找巢穴到食物之间路径的行为而提出的一种群体智能启发式算法^[14].蚂蚁倾向于信息素浓度较高的路径,走过路径的蚂蚁数量越多,该路径的信息素浓度也越高,以此构成正反馈机制,推动蚂蚁找到最短路径.

2.1 转移概率选择

传统蚁群算法以信息素浓度与距离因素为依据进行位置选择,在 t 时刻第 k 只蚂蚁由当前位置到下

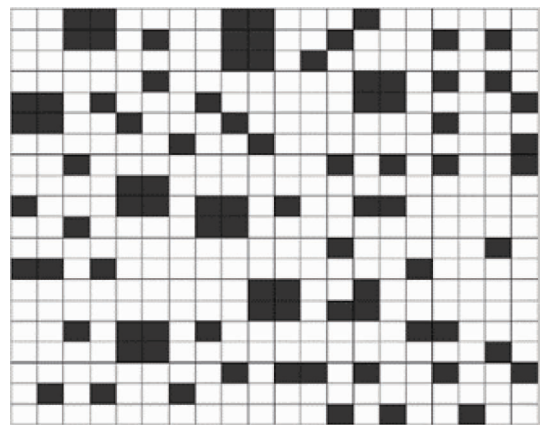


图 1 机器人寻径栅格环境

个位置的转移概率^[15]如式(2)所示.

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}{\sum_{j \in \text{allowed}_k} [\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta}, & j \in \text{allowed}_k; \\ 0, & j \notin \text{allowed}_k. \end{cases} \quad (2)$$

式中: τ_{ij} 为当前节点与可行节点路径的信息素浓度; η_{ij} 为距离启发因素, 为当前节点到可选节点欧式距离的倒数; allowed_k 为下一可行节点的集合; α, β 为权重因子, 用于控制信息素浓度和距离启发因素在转移概率中的重要程度.

2.2 信息素更新

蚂蚁完成一次路径搜索后, 会在该路径留下信息素, 之前的信息素也会挥发一部分, 下一时刻的信息素浓度大小如式(3)和式(4)所示.

$$\tau_{ij}(t+1) = (1 - \rho) \tau_{ij}(t) + \sum_{k=1}^m \Delta \tau_{ij}^k(t, t+1); \quad (3)$$

$$\Delta \tau_{ij}^k(t, t+1) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k}, & \text{蚂蚁 } k \text{ 经过的路径}(i, j); \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (4)$$

式中: ρ 为信息素蒸发因子; $\tau_{ij}(t)$ 为上一时刻路径 (i, j) 的信息素浓度大小; $\Delta \tau_{ij}^k(t+1)$ 为当前时刻第 k 只蚂蚁在该路径上留下的信息素; Q 为常数; L_k 为第 k 只蚂蚁走过路径的长度.

3 A*扩展自适应蚁群算法

3.1 初始信息素优化策略

传统蚁群算法中信息素浓度的初值是均匀分配的, 导致算法在前期陷入盲目搜索, 降低了算法的搜索速度. 本文利用 A* 算法规划出初始路径, 再将初始路径的每个栅格向 8 个方向扩张, 构造出优势区域进行信息素优化, 扩张栅格个数与栅格图大小以及栅格图中障碍物的占比有关, 具体的计算公式为

$$S_L = \text{round}\left(\frac{BD}{10H}\right); \quad (5)$$

$$D = \sqrt{X^2 + Y^2}. \quad (6)$$

式中: S_L 为扩张栅格的个数; round 为四舍五入取整运算; B 为障碍栅格; D 为地图的对角线长度; H 为栅格总数; X 和 Y 为地图的长和宽.

这样既避免了算法在前期搜索陷入盲目, 又不会完全依赖于初始路径的引导.

栅格扩展方式如图 2 所示. 图 2 以扩展一个栅格范围为例, 图 2 中虚线构成的路径为 A* 算法获取的初始路径, 对组成初始路径的栅格向 8 个方向的相邻栅格进行扩张, 得到由点线构造的区域, 对区域中的可行栅格的初始信息素进行优化.

相对其他区域, 该区域被给予相对较高的信息素浓度, 表示为

$$\tau_{ij} = \begin{cases} u\tau_0, & i, j \in \mathbf{Z}; \\ \tau_0, & \text{others.} \end{cases} \quad (7)$$

式中: u 为增强系数; τ_0 为初始信息素浓度; \mathbf{Z} 为初始信息素增强区域.

3.2 转移概率的改进

传统蚁群算法在路径选择时采用轮盘赌法且没有考虑路径转向造成的影响, 所以前期搜索到的路径往往较长且不够平滑, 影响了算法中后期的搜索效率. 本文在初期引入减少路径变向策略^[16], 在传统蚁群算法的栅格选择概率中加入变向代价. 改进的转移概率公式为

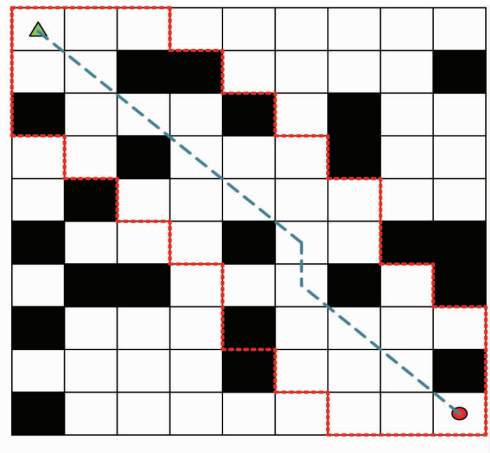


图 2 扩展栅格

$$P_{ij}^k = \begin{cases} \frac{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta [\zeta_{ij}]^\gamma}{\sum_{j \in \text{allowed}_k} [\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta [\zeta_{ij}]^\gamma}, & j \in \text{allowed}_k; \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases} \quad (8)$$

$$\zeta_{ij} = \frac{\theta}{\pi}; \quad (9)$$

$$\eta_{ij} = \frac{1}{d_{jE}}. \quad (10)$$

式中: ζ_{ij} 为当前节点到下个可行节点的变向代价; γ 为变向系数, 决定变向代价在转移概率计算中的影响大小; θ 为蚂蚁在栅格选择时产生的转向角; d_{jE} 为下个可行节点 j 到终点 E 的直线距离。

图3对蚁群算法进行栅格选择时产生的变向方式进行了说明. 如图3所示, 在栅格图中的变向分为4种, 即 θ 角分别为 45° , 90° , 135° 和 180° 的情况, 根据 θ 角的大小可计算出相应的变向代价. 传统蚁群算法的距离启发式对算法的启发程度较弱, 导致搜索效率低下, 因此, 采用可选节点到终点 E 长度的倒数作为距离启发 η_{ij} .

采用随迭代次数变化的伪随机比例规则进行下一栅格的选择:

$$W = \begin{cases} \operatorname{argmax}\{[\tau_{ij}]^\alpha [\eta_{ij}]^\beta [\zeta_{ij}]^\gamma\}, & q \leq q_0; \\ P_{ij}^k, & \text{others.} \end{cases} \quad (11)$$

$$q_0 = v e^{-\frac{N_c}{N_{\max}}}. \quad (12)$$

式中: W 为选择出的下一栅格; q 为在 $[0, 1]$ 内的随机阈值; q_0 为自适应概率取值; N_{\max} 为迭代的最大值; N_c 为当前迭代的次数; v 为设定的系数, 取值大小为 $0.3 \sim 0.9$, 用于调整 q_0 的范围, 算法迭代的前期, q_0 的值较大, 能够选取变向次数少且变向代价小的路径, 能加快算法收敛, 算法迭代后期, q_0 随着迭代次数的增加而减小, 使得算法在后期获取了较好的随机性, 减小了陷入局部收敛的概率。

3.3 信息素更新的改进

为了提升算法的搜索效率, 对信息素的更新进行一定的改进. 以每次迭代的平均路径长度为临界阈值, 小于平均路径长度视为优质蚂蚁路径, 大于平均路径长度视为劣质蚂蚁路径. 对劣质蚂蚁路径不进行信息素更新, 避免其造成干扰, 对优质蚂蚁路径按自适应权值进行信息素更新, 更新方式如下:

$$\Delta\tau_{ij}^k = \begin{cases} \lambda \frac{Q}{L_a}, & L_k \leq L_a; \\ 0, & L_k > L_a. \end{cases} \quad (13)$$

$$\lambda = \left(1 - \frac{L_k - L_{\min}}{L_{\max} - L_{\min} + \varepsilon}\right). \quad (14)$$

式中: L_a 为本次迭代的平均路径长度; L_{\min} 为本次迭代的最优解; L_{\max} 为本次迭代的最差解; ε 取 0.001 , 避免分母为 0 不可除; λ 为自适应权值, 权值 λ 的调整使得优质蚂蚁在内部更新信息素时具备差异性, 提升算法的寻径效率。

3.4 路径平滑化

栅格地图的路径是由数条连接栅格几何中心的直线构成, 因此转向处必有尖峰产生, 这与现实机器人的运动特性相违背. 为了解决这一问题, 对路径进行平滑处理, 使最终路径更加符合实际需求。

B样条曲线的数学表达式较为简单, 具备了 Bezier 曲线没有的局部修改能力且在连接处二阶连续^[17], 因而广泛地使用在图像处理、工业制造、外形设计等方面. 采用三次 B 样条对路径进行平滑, 其表达式为

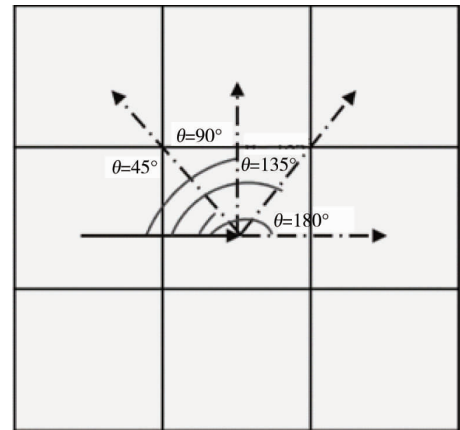


图3 变向角

$$P(t) = \sum_{i=0}^n P_i F_{i,r}(t) . \quad (15)$$

式中: P_i 为曲线的控制点; $F_{i,r}(t)$ 为 r 阶 B 样条的基函数.

基函数的表示式为

$$F_{i,r}(t) = \frac{1}{r!} \sum_{m=0}^{r-i} (-1)^m C_{r+1}^m (t+r-i-m)^r . \quad (16)$$

则三次 B 样条曲线的基函数可推导为

$$\begin{cases} F_{0,3}(t) = \frac{1}{6}(1-t)^3; \\ F_{1,3}(t) = \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4); \\ F_{2,3}(t) = \frac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1); \\ F_{3,3}(t) = \frac{1}{6}t^3. \end{cases} \quad (17)$$

由上式计算可得三次 B 样条曲线方程:

$$P(t) = \frac{1}{6} [1 \quad t \quad t^2 \quad t^3] \begin{bmatrix} 1 & 4 & 1 & 0 \\ -3 & 0 & 3 & 0 \\ 3 & -6 & 3 & 0 \\ -1 & 3 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_0 \\ P_1 \\ P_2 \\ P_3 \end{bmatrix} . \quad (18)$$

通过 B 样条方程能够迅速做出优化曲线,对蚁群算法的路径完成平滑.

4 改进算法流程

步骤 1: 建立栅格地图.将寻径地图平面化,建立合理的栅格地图,并设定起点 S 与终点 E .

步骤 2: 设置参数值.设置每次迭代的蚂蚁个数 m ,最大迭代次数 N_{\max} ,信息素蒸发因子 ρ 等蚁群算法的相关参数值.

步骤 3: 初始信息素优化.使用 A* 算法在栅格图中搜索初始路径,根据栅格地图的大小与复杂程度进行扩展,得到初始信息素增强区域.

步骤 4: 路径栅格的选取.将蚂蚁置于起点处出发,根据式(11)选择下个栅格,将走过栅格的序号放置于禁忌表中并记录当前行走长度,蚂蚁行至终点或陷入死锁的情况则结束选取.

步骤 5: 全局信息素更新.本次迭代中的所有蚂蚁完成寻径后,根据式(13)对行至终点的蚂蚁的信息素进行更新.

步骤 6: 判断是否达到迭代次数极大值.若迭代次数达到了设置的最大值,输出寻径的最优结果并结束运行.若没有则重复步骤 4 与步骤 5,直至达到迭代次数的最大值.

步骤 7: 最优路径平滑.通过三次 B 样条曲线对最优路径的尖峰处进行平滑,输出平滑后的路径与长度.

5 算法仿真

该算法的时间复杂度并不随栅格环境规模的增长而线性递增,而是以平方的形式增长.通过阅读相关文献,为了验证改进蚁群算法的可行性,将算法置于 20×20 和 30×30 这 2 种不同大小与复杂程度的栅格环境下运行.验证环境采用 Windows 7 (64bit) 操作系统,Core (TM) i5-5200U 处理器,4 GB 运行内存, MATLAB 2015b.

5.1 算法参数优化

信息启发因子与信息素蒸发因子是影响蚁群算法性能的重要因素^[18-20],因此主要对以下参数进行优化:信息素蒸发因子 ρ 、信息素权重因子 α 、启发式信息权重因子 β 、变向系数 γ .其余参数设置:蚂蚁数量

$m = 50$,最大迭代次数 $N_{max} = 100$,初始信息素浓度 $\tau_0 = 1$,信息素浓度 $Q = 1$.

参数调试仿真环境如图4所示.调试参数默认值设为 $\alpha = 1, \beta = 5, \gamma = 0.1, \rho = 0.5$.每个调试参数设置5个取值,保持其他参数不变,并且使用每次改变的参数值在图4中进行10次仿真,对结果的均值进行对比.同时为了控制仿真次数,在调试参数的大致范围内选取5个值进行测试,各参数测试值分别为.每次仿真只改变1个参数,其余参数均采用默认值.

由多次实验的结果可知:当 α 分别取 0.5, 0.8, 1.0, 1.2, 1.5 时,对应的最优路径平均长度为 49.161, 47.206, 45.371, 45.971, 46.703,因此, α 的最优取值为 1 附近;当 β 分别取 4, 5, 6, 7, 8 时,对应的最优路径平均长度为 47.561, 45.371, 45.209, 45.112, 45.589,因此, β 的最优取值为 7 附近;当 γ 分别取 0.02, 0.05, 0.08, 0.10, 0.12 时,对应的最优路径平均长度为 47.358, 46.081, 45.151, 45.375, 45.838,因此, γ 的最优取值在 0.08 附近;当 ρ 分别取 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7 时,对应的最优路径平均长度为 46.122, 45.864, 45.371, 45.692, 46.127,因此, ρ 的最优取值在 0.5 附近.综上所述,本文改进蚁群算法的参数可初步取值为 $\alpha = 1, \beta = 7, \gamma = 0.08, \rho = 0.5$.

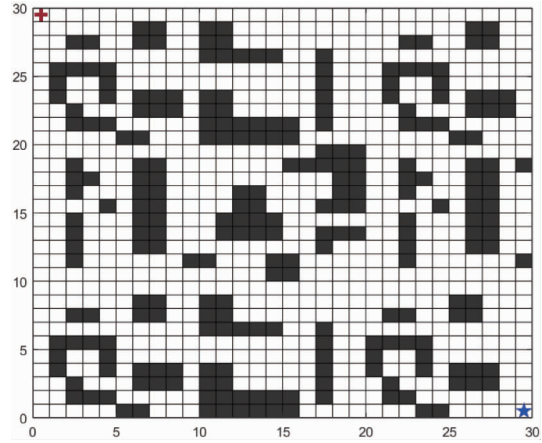


图4 参数调试仿真环境

5.2 仿真环境 1

为了验证该算法在不同大小与复杂程度的栅格环境下的可行性,将该算法与基本蚁群算法、文献[8]算法置于 20×20 的栅格环境下运行,3种算法搜索的结果如图5、图6和表1所示.

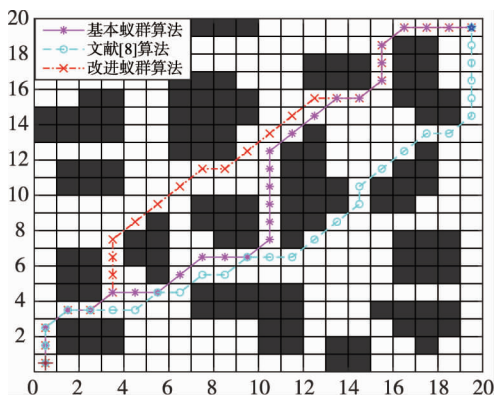


图5 仿真环境1最优路径对比

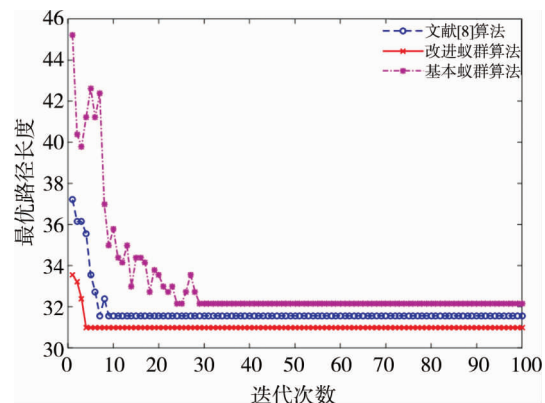


图6 仿真环境1收敛曲线对比

表1 仿真环境1算法结果对比

算法	最优路径长度	迭代次数	路径拐点个数
本文算法	30.970	4	12
文献[8]算法	31.556	8	14
基本蚁群算法	32.142	29	14

由图5和图6可知:改进后的算法对初始信息素分布进行优化,在第一次迭代获取的最优路径最短,同时变向代价与自适应伪随机比例相结合保证了算法前期获取路径的质量更优,提升了收敛速度.

由表1可知:文献[8]算法与基本蚁群算法相比,迭代收敛次数减少了72.4%,路径长度缩短了1.8%,而相对于文献[8]算法,该算法收敛次数减少了50%,拐点减少了14.3%,路径长度缩短了1.9%.由此可见,本文算法在 20×20 的栅格环境中的收敛速度和收敛结果全面优于对比的2种算法,基本蚁群算法和文献[8]算法都陷入局部收敛,未能找到最优解,并且收敛速度也不如该算法.

平滑后的最优路径如图7所示.由图7可知:路径长度进一步缩短至30.303,且更加符合机器人实际

的运动特性.

5.3 仿真环境 2

为了验证该算法在不同大小与复杂程度的栅格环境下的可行性,使用该算法、基本蚁群算法和文献[9]算法在30×30的栅格地图中运行,3种算法搜索的结果如图8、图9和表2所示,平滑后路径如图10所示.

由图8可知:在30×30的复杂栅格环境下,该算法搜索到的最优路径长度的节点数和文献[9]算法的结果持平,远少于基本蚁群算法产生的节点数.由表2与图9可知:该算法相比文献[9]算法的迭代次数降低75.8%,而获取的最优路径长度相等.另外,该算法获取的路径长度与基本蚁群相比减少了5.6%,拐点个数减少了40%,平滑后长度为42.855.由此可见,该算法在30×30的复杂栅格环境下,在具备较快收敛速度的同时仍保持了较好的收敛结果,而基本蚁群算法未能跳出局部最优,收敛精度较低,文献[9]算法虽然具备较高的收敛结果,但收敛速度过慢,由此体现出本文算法的优越性.

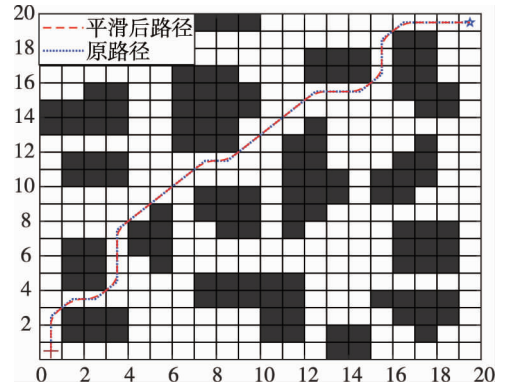


图7 仿真环境1平滑后路径

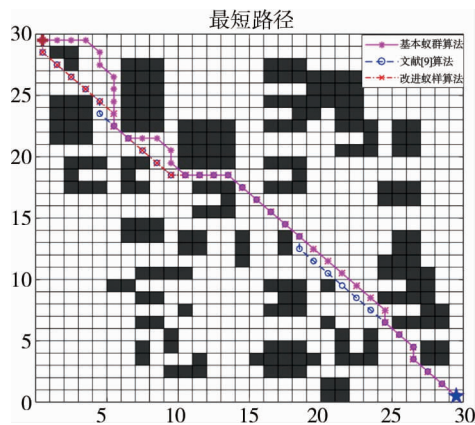


图8 仿真环境2最优路径对比

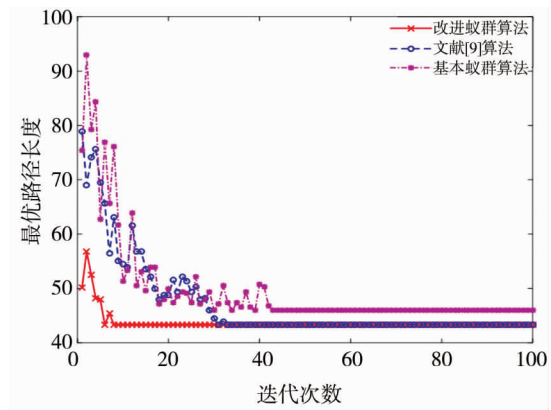


图9 仿真环境2收敛曲线对比

表2 仿真环境2算法结果对比

算法	最优路径长度	迭代次数	路径拐点个数
本文算法	43.355	8	9
文献[9]算法	43.355	33	9
基本蚁群算法	45.941	43	15

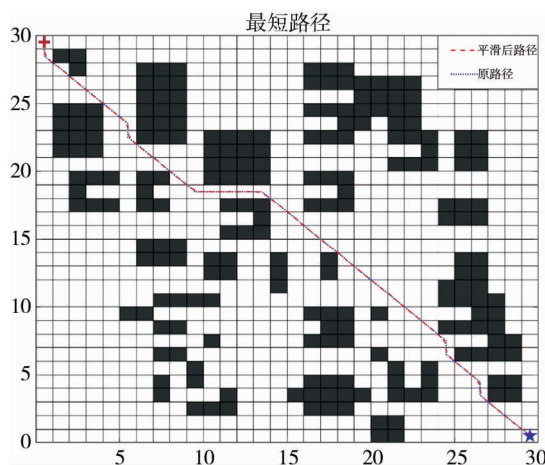


图10 仿真环境2平滑后路径

该改进蚁群算法作为移动机器人的全局路径规划算法,主要应用于全局地图已知的静态环境中,后续针对动态环境下的研究将采取动态窗口算法与蚁群算法相结合.

6 结论

1) 本文算法根据栅格环境的大小与障碍栅格所占的比例,结合 A* 算法搜索到的路径,通过栅格扩展对蚁群算法的初始信息素进行优化,有效地提升了算法在前期的搜索速度.

2) 通过加入变向启发函数和自适应伪随机比例规则,降低了搜索路径的拐点数并促进了算法的收敛.

3) 对蚂蚁搜索到的路径采取了分类与自适应相结合的信息素更新方式,提高了算法的搜索效率.

4) 使用 B 样条对栅格环境中路径产生的尖峰进行了平滑化,有效地减小了冗余路径的产生.

5) 通过对比 2 种栅格环境下的结果可知,本文改进的 A* 扩展自适应蚁群算法能够搜索到更加优异的路径.本文改进蚁群算法作为移动机器人的全局路径规划算法,主要应用于全局地图已知的静态环境中,接下来针对动态环境下的研究将考虑 A* 扩展自适应蚁群算法与其他算法结合的混合算法来进行.

参考文献:

- [1] 万方,周风余,尹磊,等.基于电势场法的移动机器人全局路径规划算法[J].机器人,2019,41(6):742-750.
- [2] Fusic S J, Ramkumar P, Hariharan K. Path planning of robot using modified dijkstra Algorithm[C]//2018 National Power Engineering Conference (NPEC). IEEE, 2018: 1-5.
- [3] Sudhakara P, Ganapathy V. Trajectory planning of a mobile robot using enhanced A-star algorithm[J]. Indian Journal of Science and Technology, 2016, 9(41): 1-10.
- [4] Zhang Y, Guan G, Pu X. The Robot Path Planning Based on Improved Artificial Fish Swarm Algorithm[J]. Mathematical Problems in Engineering, 2016, 2016: 1-11.
- [5] 柳长安,鄢小虎,刘春阳,等.基于改进蚁群算法的移动机器人动态路径规划方法[J].电子学报,2011,39(5): 1220-1224.
- [6] Deepak B, Parhi D. PSO based path planner of an autonomous mobile robot[J]. Open Computer Science, 2012, 2(2): 152-168.
- [7] Akka K, Khaher F. Mobile robot path planning using an improved ant colony optimization[J]. International Journal of Advanced Robotic Systems, 2018, 15(3): 1729881418774673.
- [8] Rajput U, Kumari M. Mobile robot path planning with modified ant colony optimization[J]. International Journal of Bio-inspired Computation, 2017, 9(2): 106-113.
- [9] Yue L, Chen H. Unmanned vehicle path planning using a novel ant colony algorithm[J]. Eurasip Journal on Wireless Communications and Networking, 2019, 2019(1): 1-9.
- [10] Hou J, Yuan Y, Schwertfeger S. Area Graph: Generation of Topological Maps using the Voronoi Diagram[C]//2019 19th International Conference on Advanced Robotics (ICAR). 2019:509-515.
- [11] 程向红,祁艺.基于栅格法的室内指示路径规划算法[J].中国惯性技术学报,2018,26(2):236-240.
- [12] Huang H, Chung S. Dynamic visibility graph for path planning[C]//2004 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems(IROS). IEEE, 2004:2813-2818.
- [13] Chen G, Liu J. Mobile Robot Path Planning Using Ant Colony Algorithm and Improved Potential Field Method[J]. Computational Intelligence and Neuroscience, 2019, 2019: 1932812.
- [14] Purian F K, Sadeghian E. Mobile robots path planning using ant colony optimization and Fuzzy Logic algorithms in unknown dynamic environments [C]//2013 International Conference on Control, Automation, Robotics and Embedded Systems (CARE). IEEE, 2013: 1-6.
- [15] Dorigo M, Maniezzo V, Colnari A, et al. Ant system: optimization by a colony of cooperating agents[J]//IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, 2002, 26(1): 29-41.
- [16] Shao X Q, Lyu Z C, Zhao X, et al. Research on Robot Path Planning Based on Improved Adaptive Ant Colony Algorithm[C]// Chinese Control & Decision Conference. 2019:506-510.
- [17] 王利敏.基于 A* 算法和 B 样条函数的月球车路径规划研究[D].长春:吉林大学,2016.
- [18] 游晓明,刘升,吕金秋.一种动态搜索策略的蚁群算法及其在机器人路径规划中的应用[J].控制与决策,2017,32(3): 552-556.
- [19] 王晓燕,杨乐,张宇,等.基于改进势场蚁群算法的机器人路径规划[J].控制与决策,2018,33(10):1775-1781.
- [20] Liu J, Yang J, Liu H, et al. An improved ant colony algorithm for robot path planning[J]. Soft Computing, 2017, 21: 5829-5839.