

刘云龙,张道兵,张标,等.基于孔隙水效应的多失效模式下挡土墙可靠性分析[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2022,37(1):1-9. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.01.001

LIU Y L, ZHANG D B, ZHANG B, et al. Reliability Analysis of Retaining Wall Under Multiple Failure Modes Based on Pore Water Effect[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 37(1):1-9. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.01.001

基于孔隙水效应的多失效模式下 挡土墙可靠性分析

刘云龙¹,张道兵^{2*},张标³,彭静⁴,沈红良¹,鲁晓明¹,孙望成^{1,2}

(1.中铁五局集团第一工程有限责任公司,湖南长沙 410117;

2.湖南科技大学南方煤矿瓦斯与顶板灾害预防控制安全生产重点实验室,

煤矿安全开采技术湖南省重点实验室,湖南湘潭 411201;

3.湖南科技大学土木工程学院,湖南湘潭 411201;4.湖南信息学院商学院,湖南长沙 410151)

摘要:为了研究孔隙水效应对挡土墙可靠性的影响,采用极限分析上限法将孔隙水压力引入挡土墙破坏计算模型,同时考虑主动和被动 2 种破坏模式,根据极限分析上限定理推导了孔隙水压力作用下挡土墙主动土压力 E_a 和被动土压力 E_p 的解析解,采用序列二次规划算法计算了 E_a 和 E_p 的最优上限解,并通过构建可靠度模型求解了挡土墙的失效概率 P_f .发现随着孔隙水压力系数 r_u 的增大,失效概率 P_f 增大,挡土墙可靠性降低.随着地质强度指标 GSI、岩体常数 m_i 、单轴抗压强度 σ_{ci} 的增大,挡土墙的失效概率 P_f 减小.通过引入容许失效概率,获得了 3 种不同失效概率下挡土墙的合理支护力范围,可为今后挡土墙支护设计提供参考.

关键词:挡土墙;孔隙水压力;多失效模式;失效概率

中图分类号:TU439 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2022)01-0001-09

Reliability Analysis of Retaining Wall Under Multiple Failure Modes Based on Pore Water Effect

LIU Yunlong¹, ZHANG Daobing², ZHANG Biao³, PENG Jing⁴,

SHEN Hongliang¹, LU Xiaoming¹, SUN Wangcheng^{1,2}

(1. The First Engineering Co., Ltd. of China Railway Wujia Group, Changsha 410117, China;

2. Work Safety Key Lab on Prevention and Control of Gas and Roof Disasters for Southern Coal Mines, Hunan Provincial Key Laboratory of Safe Mining Techniques of Coal Mines, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

3. School of Civil Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

4. School of Business, Hunan University of Information Technology, Changsha 410151, China)

Abstract: In order to study the influence of pore water effect on the reliability of the retaining wall, pore water pressure is introduced into the failure calculation model of the retaining wall using the upper limit analysis

收稿日期:2021-04-12

基金项目:国家自然科学基金资助项目(52074116; 52004088);湖南省自然科学基金面上资助项目(2019JJ40082);湖南科技大学博士启动基金资助项目(E52076)

*通信作者, E-mail: dbzhang@hnust.edu.cn

method. Considering the active and passive failure modes, the analytical solutions of the active earth pressure E_a and the passive earth pressure E_p of the retaining wall under the action of pore water pressure are deduced. According to the upper limit theorem of limit analysis, the sequential quadratic programming algorithm is used to calculate the E_a and E_p , the optimal upper limit solution. And by constructing a reliability model, the failure probability P_f of the retaining wall is solved. It is found that as the pore water pressure coefficient r_u increases, the failure probability P_f increases, and the reliability of the retaining wall decreases. With the increase of the geological strength index GSI, the rock mass constant m_i , and the uniaxial compressive strength σ_{ci} , the failure probability P_f of the retaining wall decreases. By introducing the allowable failure probability, the reasonable supporting force range of the retaining wall under three different failure probabilities is obtained, which can provide a reference for the retaining wall supporting design in the future.

Keywords: retaining wall; pore water pressure; multiple failure modes; failure probability

挡土墙在诸如边坡等岩土工程中发挥着关键支护作用,然而在我国很多地区降雨较为充沛,雨水下渗引发岩质边坡中的孔隙水含量增多,进而降低挡土墙的稳定性^[1-2].因此,研究孔隙水效应对挡土墙可靠性的影响具有重要科学价值和工程意义.

李志浩等^[3]根据上限定理构建了挡土墙的5种失稳破坏模式,研究了地震力对挡土墙主动土压力的影响;陈建功等^[4]基于挡土墙主动土压力计算模型,考虑土体黏性和 Mohr-Coulomb 破坏准则,研究了抗拉强度、内摩擦角、黏聚力等参数对挡土墙破坏范围的影响;Karkanaki 等^[5]考虑地震效应,采用极限分析法求解了地震力作用下悬臂式挡土墙的主动土压力最优上限解.针对挡土墙外力过大造成墙后土体挤压变形、隆起等现象,一些学者研究了挡土墙的被动土压力.胡卫东等^[6]针对无黏性砂土,采用模型试验法研究了水平位移、深度等因素对挡土墙被动土压力的影响;Cao 等^[7]基于水平竖向无黏性挡土墙破坏模式,采用极限平衡法求解了挡土墙的被动土压力,并揭示了挡土墙被动土压力的非线性分布规律;Xiao 等^[8]基于刚性挡土墙转动破坏机制,采用极限分析上限法求解了挡土墙被动土压力的最优值.采用极限分析法虽然能够求解挡土墙的主动土压力和被动土压力,但该方法没有考虑参数的随机性.针对这一问题,杜永峰等^[9]从概率的角度出发,采用 Monte Carlo 法研究了重力式挡土墙的可靠度;Kawa 等^[10]基于非黏性土挡土墙的可靠度模型,采用 Monte Carlo 法研究了尺度波动对挡土墙可靠度的影响,结果表明:水平尺度与竖直尺度的波动对挡土墙的失效概率均具有较大影响,且水平尺度的波动影响更显著.

上述文献仅研究了单一失效模式下挡土墙的可靠度,且未考虑孔隙水压力效应,而基于单一失效模式只能求解挡土墙的失效概率,不能获得合理的支护力范围.因此,同时考虑主动和被动2种失效模式,采用极限分析上限法引入孔隙水压力,建立孔隙水压力效应下挡土墙的多失效可靠度模型,求解了挡土墙的失效概率,并获得挡土墙的安全支护力范围.

1 原理与方法

1.1 Hoek-Brown 破坏准则

Hoek-Brown 破坏准则能够有效阐述岩体的破坏规律,在岩土工程界有着广泛的应用,其表达式为^[11]

$$\sigma_1 = \sigma_3 + \sigma_{ci} \left(m_b \frac{\sigma_3}{\sigma_{ci}} + s \right)^a \quad (1)$$

式中: σ_1 为岩石最大有效主应力; σ_3 为岩石最小有效主应力; σ_{ci} 为岩石的单轴抗压强度; m_b, s, a 为无量纲参数,与岩体的特征有关,且有

$$m_b = m_i e^{\frac{GSI-100}{28-14D}}; \quad (2)$$

3 计算过程

在计算中做了以下假定:(1)破坏模式中的滑块 ABC 为刚性块体,在破坏过程中体积不变,即虚应变 $\dot{\varepsilon}_{ij} = 0$, 则孔隙水压力在虚应变场中所做的功率为 0,即孔隙水压力仅对边界做功;(2)不考虑孔隙水引起岩体强度的降低.

3.1 主动土压力

3.1.1 孔隙水压力功率

基于图 1 的挡土墙主动破坏模式计算模型,滑块 ABC 为刚性块体,在破坏过程中体积不变,则孔隙水压力在虚应变场 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 中所做功率为 0,即孔隙水压力仅对假定破坏面做功.根据式(7)可计算得到,主动破坏模式下挡土墙的孔隙水压力功率 \dot{P}_{au} 为

$$\dot{P}_{au} = \int_{\theta_0}^{\theta_h} r_u \gamma [r(\theta) \sin \theta - r_0 \sin \theta_0] r(\theta) \sin \varphi_1 \omega r(\theta) d\theta. \quad (9)$$

3.1.2 重力功率

将图 1 中破坏模式的岩体重力功率记为 \dot{P}_{ay} , 由极限分析上限法定义可知^[2,5],该功率由岩体重度 γ 、破坏区域 ABC 的面积及重力方向的速度分量的乘积得到,其表达式为

$$\dot{P}_{ay} = \frac{1}{3} \gamma \omega \left\{ \int_{\theta_0}^{\theta_h} r^3(\theta) \cos \theta d\theta - [r_0 L \sin(\alpha_2 + \theta_0) (r_0 \cos \theta_0 - L \cos \alpha_2)] - \left[\frac{1}{2} r_h \left(\frac{H}{\cos \alpha_1} \right) \cos(\theta_h + \alpha_1) (r_h \cos \theta_h + r_0 \cos \theta_0 - L \cos \alpha_2) \right] \right\}. \quad (10)$$

3.1.3 地表荷载功率

将图 1 中主动破坏模式下的地表荷载功率记为 \dot{P}_{aq} , 根据上限定理及现有研究成果^[13,16],可计算得到 \dot{P}_{aq} 的表达式为

$$\dot{P}_{aq} = \left(\frac{q}{2} \right) L r_q \omega \cos(\theta_q + \alpha_2). \quad (11)$$

其中,

$$r_q = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad (12)$$

$$r_x = r_0 \sin \theta_0 + \left(\frac{L}{2} \right) \sin \alpha_2; \quad (13)$$

$$r_y = r_h \cos \theta_h - H \tan \alpha_1 + \left(\frac{L}{2} \right) \cos \alpha_2; \quad (14)$$

$$\theta_q = \arctan \frac{r_0 \sin \theta_0 + \left(\frac{L}{2} \right) \sin \alpha_2}{r_h \cos \theta_h - H \tan \alpha_1 + \left(\frac{L}{2} \right) \cos \alpha_2}. \quad (15)$$

3.1.4 主动土压力功率

将图 1 中的挡土墙主动土压力功率记为 \dot{P}_a , 该功率可由主动土压力 E_a 及其对应速度分量的乘积得到,即

$$\dot{P}_a = E_a r_f \omega \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_h + \theta_f - \alpha_1 - \delta \right). \quad (16)$$

其中,

$$r_f = \sqrt{r_h^2 + l_{CF}^2 - 2r_h l_{CF} \sin(\alpha_1 + \theta_h)}; \quad (17)$$

$$l_{CF} = \frac{H}{2\cos\alpha_1}; \quad (18)$$

$$\theta_f = \arcsin\left[\frac{l_{CF}\cos(\alpha_1 + \theta_h)}{r_f}\right]. \quad (19)$$

3.1.5 内能耗散率

在图1中,滑块ABC为刚性块体,内能耗散仅发生在破坏边界BC上,主动破坏模式下的内能耗散功率用 \dot{P}_{av} 表示,根据极限分析上限法可计算得到 \dot{P}_{av} 的表达式为^[2,3,5]

$$\dot{P}_{av} = [c_1\omega r_0^2/(2\tan\varphi_1)](e^{2(\theta_h-\theta_0)\tan\varphi_1} - 1). \quad (20)$$

3.1.6 上限解

联立式(9)~式(11)、式(16)、式(20)可求得主动土压力 E_a 的表达式为

$$E_a = (\dot{P}_{ay} + \dot{P}_{au} + \dot{P}_{aq} - \dot{P}_{av}) / \left[r_1\omega\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta_h + \theta_f - \alpha_1 - \delta\right) \right]; \quad (21)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \alpha_1 < \frac{\pi}{2}; \\ 0 < \theta_0 < \theta_h < \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (22)$$

根据极限分析上限法定义,式(21)求解的主动土压力 E_a 是一个上限解,在式(22)的约束条件下,采用MATLAB软件中的序列二次规划算法可求得主动土压力的最优上限解.

3.2 被动土压力

3.2.1 孔隙水压力功率

如图2所示,由于滑块ABC为刚性块体,在破坏过程中体积不变,则孔隙水压力在虚应变场 $\dot{\varepsilon}_{ij}$ 中所做功率为0,孔隙水压力仅对假定破坏面做功.由式(7)可得,挡土墙被动破坏模式下孔隙水压力功率 \dot{P}_{pu} 为

$$\dot{P}_{pu} = \int_{\theta_0}^{\theta_h} r_u\gamma\sin\varphi_1(r(\theta)\sin\theta - r_0\sin\theta_0)\omega r^2(\theta)d\theta. \quad (23)$$

3.2.2 重力功率

将图2中被动破坏模式下岩体重力功率记为 \dot{P}_{py} ,其表达式可由岩体重度 γ 、破坏区域ABC的面积及重力方向的速度分量的乘积得到,即

$$\dot{P}_{py} = \frac{1}{3}\gamma\omega\left\{\int_{\theta_0}^{\theta_h} r^3(\theta)\cos\theta d\theta - \left[\frac{1}{2}r_0L\sin(\alpha_2 + \theta_0)(2r_0\cos\theta_0 - L\cos\alpha_2)\right] - \left[r_h\frac{H}{2\cos\alpha_1}\cos(\theta_h + \alpha_1)\right](r_h\cos\theta_h + r_0\cos\theta_0 - L\cos\alpha_2)\right\}. \quad (24)$$

3.2.3 地表荷载功率

将图2中挡土墙被动破坏模式下的地表荷载功率记为 \dot{P}_{pq} ,其表达式为

$$\dot{P}_{pq} = \left(\frac{qL}{2}\right)r_q\omega\cos(\theta_q + \alpha_2). \quad (25)$$

其中,

$$r_q = \sqrt{r_x^2 + r_y^2}; \quad (26)$$

$$r_x = r_0\sin\theta_0 + \left(\frac{L}{2}\right)\sin\alpha_2; \quad (27)$$

$$r_y = r_h\cos\theta_h - H\tan\alpha_1 + \left(\frac{L}{2}\right)\cos\alpha_2; \quad (28)$$

$$\theta_q = \arctan \frac{r_0 \sin \theta_0 + \left(\frac{L}{2}\right) \sin \alpha_2}{r_h \cos \theta_h - H \tan \alpha_1 + \left(\frac{L}{2}\right) \cos \alpha_2}. \quad (29)$$

3.2.4 被动土压力功率

在图2中,挡土墙的被动土压力功率 \dot{P}_p 可由被动土压力 E_p 及其对应速度分量的乘积得到,即

$$\dot{P}_p = E_p r_f \omega \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_h + \theta_f - \alpha_1 - \delta \right). \quad (30)$$

其中,

$$r_f = \sqrt{r_h^2 + l_{CF}^2 - 2r_h l_{CF} \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \theta_h \right)}; \quad (31)$$

$$l_{CF} = \frac{1}{2l_{AC}} = \frac{H}{2\cos \alpha_1}; \quad (32)$$

$$\theta_f = \arcsin \frac{\left[l_{CF} \sin \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1 - \theta_h \right) \right]}{r_f}. \quad (33)$$

3.2.5 内能耗散率

破坏体为刚性块体,内能耗散仅发生在破坏边界 BC 上,用 \dot{P}_{pv} 来表示挡土墙被动破坏模式下的内能耗散率,其表达式为

$$\dot{P}_{pv} = \int_{\theta_0}^{\theta_h} c_1 \omega r(\theta) \cos \varphi_1 \frac{r(\theta) d\theta}{\cos \varphi_1}. \quad (34)$$

3.2.6 上限解

联立式(23)、式(25)、式(30)、式(34)可求得被动土压力 E_p 的表达式为

$$E_p = \frac{\dot{P}_{pv} + \dot{P}_{pq} + \dot{P}_{py} - \dot{P}_{pu}}{r_f \omega \cos \left(\frac{\pi}{2} - \theta_h + \theta_f - \alpha_1 - \delta \right)}. \quad (35)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \alpha_1 < \frac{\pi}{2}; \\ 0 < \theta_0 < \theta_h < \frac{\pi}{2}. \end{cases} \quad (36)$$

由极限分析上限法定义可知,式(35)求解的被动 E_p 是一个上限解,在式(36)的约束条件下,可采用MATLAB软件中的序列二次规划算法可求得被动土压力 E_p 的最优上限解.

4 可靠性模型

前面已经求解了主动土压力 E_a 和被动土压力 E_p ,假定挡土墙施加于墙后岩体的支护力为 F ,则考虑单一失效模式,挡土墙墙后岩体不发生主动破坏或被动破坏,其可靠性模型分别为

$$R_s = P\{g_1(X) = F - E_a > 0\}; \quad (37)$$

$$R_s = P\{g_2(X) = E_p - F > 0\}. \quad (38)$$

考虑多失效模式,挡土墙墙后岩体既不发生主动破坏也不发生被动破坏,其可靠性模型为

$$R_s = P\{g_1(X) = F - E_a > 0\} \cap P\{g_2(X) = E_p - F > 0\}. \quad (39)$$

失效概率 P_f 为

$$P_f = 1 - R_s. \quad (40)$$

5 结果分析

5.1 对比

挡土墙及荷载随机参数统计特性如表 1 所示,其余参数取值:挡土墙高度 $H=8\text{ m}$,墙背竖直倾角 $\alpha_1=5^\circ$,外摩擦角 $\delta=0^\circ$,岩体扰动因子 $D=1.0$ 。如图 3 所示,多失效模式下的失效概率 P_f 变化规律与单一失效模式下的变化规律一致,且多失效模式下的可靠度模型考虑了单一主动和单一被动 2 种失效模式,可得到有效的支护力范围(以 $P_f=10^{-2}$ 为例,支护力范围为 $930\sim 3\ 292\text{ kN/m}$),其比单一失效模式更合理。

表 1 挡土墙及荷载随机参数统计特性

随机变量	均值	标准差	变异系数	分布类型
GSI	20.0	2.000	10%	正态分布
m_i	15.0	1.875	12.5%	正态分布
σ_{ci}/MPa	1.0	0.250	25%	正态分布
r_u	0.3	0.030	10%	正态分布
$F/(\text{kN/m})$	-	-	15%	正态分布

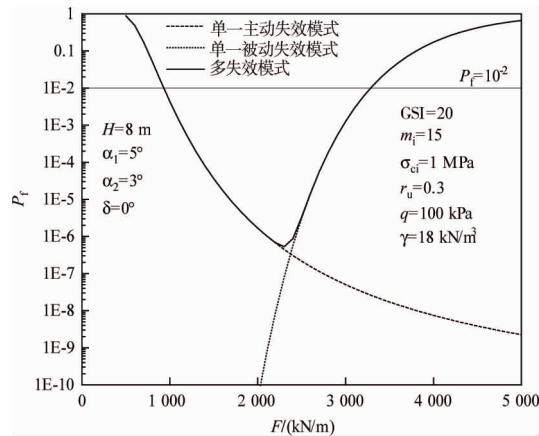


图 3 多失效模式与单一失效模式结果对比

5.2 随机参数对失效概率的影响

采用响应面法求解了孔隙水效应下挡土墙的失效概率 P_f ,如图 4a 所示,随着孔隙水压力系数 r_u 的增大,挡土墙的支护力范围逐渐缩小.以 $F=2\ 000\text{ kN/m}$, $H=8\text{ m}$, $GSI=20$, $m_i=15$, $\sigma_{ci}=1\text{ MPa}$, $q=100\text{ kPa}$, $\gamma=18\text{ kN/m}^3$ 为例分析,当 $r_u=0,0.3,0.5$ 时,失效概率 P_f 依次为 $3.3 \times 10^{-7}, 1.7 \times 10^{-6}, 5.4 \times 10^{-6}$,考虑孔隙水($r_u=0.3$)与不考虑孔隙水($r_u=0$)相比,相对误差为 411.6%.这说明,孔隙水压力系数 r_u 对挡土墙的失效概率 P_f 具有显著影响,即 r_u 增大,失效概率 P_f 增大,挡土墙极容易发生破坏。

Hoek-Brown 准则参数对失效概率的影响如图 4b~图 4d 所示,随着地质强度指标 GSI、岩体常数 m_i 及单轴抗压强度 σ_{ci} 的增大,挡土墙的支护力范围逐渐增大.以 $F=2\ 000\text{ kN/m}$ 为例进行分析,当 GSI 从 10 增大到 20,25 时,失效概率 P_f 从 2.3×10^{-6} 减小到 $1.7 \times 10^{-6}, 1.2 \times 10^{-6}$,减小了 28.5%,47.8%;当 m_i 从 10 增大到 15,20 时,失效概率从 1.9×10^{-6} 减小到 $1.7 \times 10^{-6}, 1.4 \times 10^{-6}$,减小了 13.5%,25.7%;当 σ_{ci} 从 0.5 MPa 增大到 1.0,2.0 MPa 时,失效概率从 2.0×10^{-6} 减小到 $1.7 \times 10^{-6}, 1.2 \times 10^{-6}$,减小了 17.6%,42.9%.这表明,地质强度指标 GSI、岩体常数 m_i 、单轴抗压强度 σ_{ci} 越大,失效概率 P_f 越小,挡土墙的可靠性越低,即挡土墙越容易发生破坏。

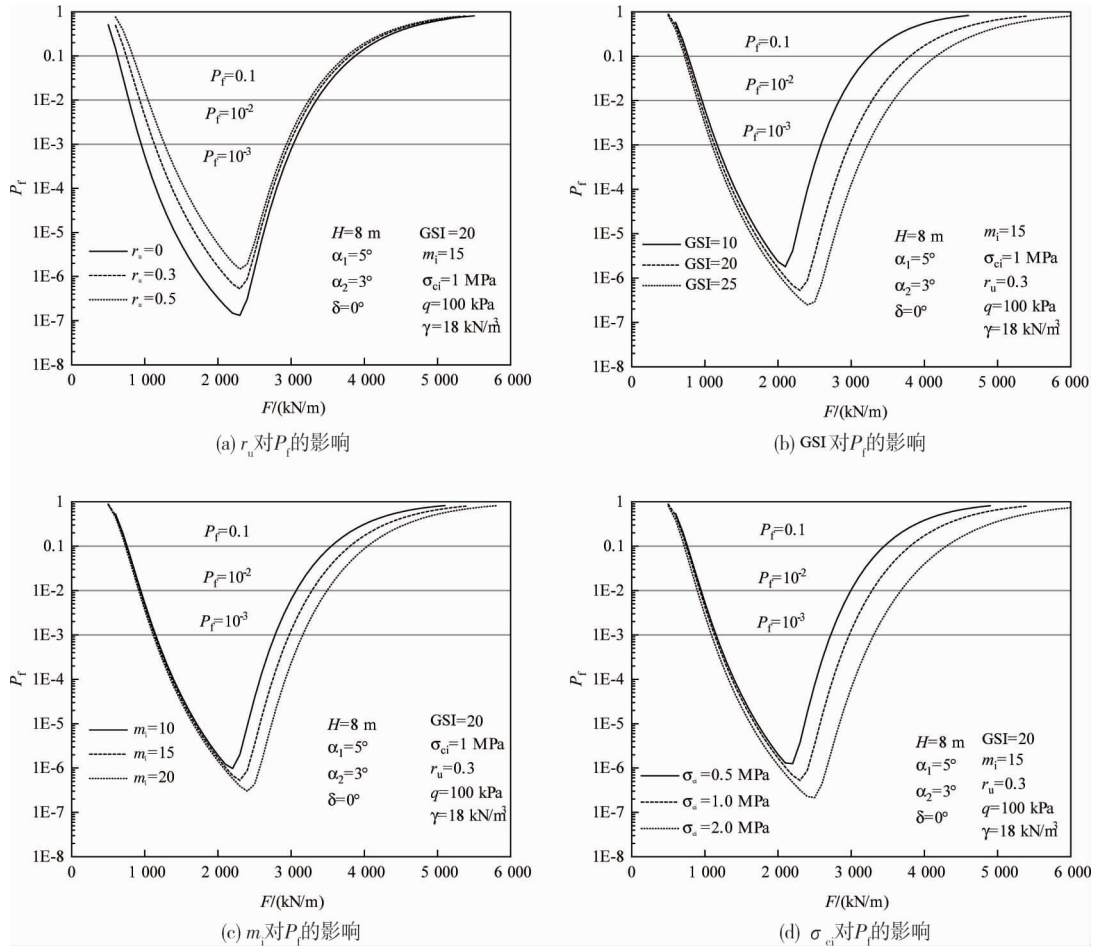


图4 随机参数对失效概率 P_f 的影响

5.3 安全支护力范围

采用响应面法求解了不同容许失效概率 ($P_f = 0.1, P_f = 10^{-2}, P_f = 10^{-3}$) 下的安全支护力范围, 如表 2 所示.

表2 不同容许失效概率 P_f 下的安全支护力范围

随机参数	均值	支护力 F 的范围/(kN/m)		
		$P_f = 0.1$	$P_f = 10^{-2}$	$P_f = 10^{-3}$
r_u	0.1	[663, 3 853]	[882, 3 339]	[1 010, 3 006]
	0.3	[722, 3 815]	[918, 3 277]	[1 113, 2 983]
	0.5	[837, 3 770]	[1 056, 3 240]	[1 274, 2 923]
GSI	10	[777, 3 332]	[965, 2 833]	[1 176, 2 575]
	20	[740, 3 767]	[932, 3 277]	[1 125, 2 950]
	25	[715, 4 155]	[912, 3 566]	[1 094, 3 225]
m_i	10	[760, 3 549]	[935, 3 058]	[1 154, 2 779]
	15	[744, 3 764]	[906, 3 276]	[1 132, 2 950]
	20	[730, 4 049]	[920, 3 497]	[1 109, 3 172]
σ_{ci}/MPa	0.5	[768, 3 437]	[950, 2 991]	[1 154, 2 704]
	1.0	[738, 3 811]	[920, 3 266]	[1 124, 2 960]
	2.0	[715, 4 314]	[882, 3 678]	[1 086, 3 300]

6 结论

1) 随着孔隙水压力系数 r_u 的增大, 失效概率 P_f 增大, 对比 $r_u = 0.3$ (有孔隙水效应) 与 $r_u = 0$ (无孔隙

水效应)相比,失效概率 P_f 增大了411.6%。这表明,孔隙水压力系数对挡土墙的失效概率 P_f 具有显著影响。建议在挡土墙的稳定性分析中考虑孔隙水效应,否则会低估挡土墙的失效概率。

2) 随着 Hoek-Brown 准则参数 GSI, m_i 及 σ_{ci} 的增大,挡土墙的失效概率 P_f 减小。对比 GSI = 10 与 GSI = 25,失效概率 P_f 减小了47.8%;对比 $m_i = 10$ 与 $m_i = 20$,失效概率减小了25.7%;对比 $\sigma_{ci} = 0.5$ MPa 与 $\sigma_{ci} = 2.0$ MPa,失效概率减小了42.9%。这表明,GSI, m_i 及 σ_{ci} 的增大,有利于降低挡土墙的失效概率,提高挡土墙的可靠性。

3) 基于多失效模式可靠度模型可准确求得挡土墙的安全支护力范围,与单一失效模式可靠度模型相比,其模型更优,结果更有效。引入容许失效概率,基于挡土墙多失效模式可靠度模型,求解了3种不同失效概率(即 $P_f = 0.1$, $P_f = 10^{-2}$, $P_f = 10^{-3}$) 下的安全支护力范围,可为今后挡土墙的防排水支护设计提供参考。

参考文献:

- [1] Zhu H, Yao L, Li J, et al. Influence factors on the seismic behavior and deformation modes of gravity retaining walls[J]. *Journal of Mountain Science*, 2019, 16(1): 168-178.
- [2] 张健,王新征,胡瑞林. RB 模式下挡土墙主动土压力强度的计算研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2016, 13(4): 675-681.
- [3] 李志浩,肖世国. 地震条件下悬臂式挡墙主动土压力的极限分析方法[J]. *中国地质灾害与防治学报*, 2020, 31(5): 79-87.
- [4] 陈建功,杨扬,陈彦含,等. 考虑抗拉强度的黏性填土挡土墙主动土压力计算[J]. *岩土力学*, 2020, 41(6): 1829-1835.
- [5] Karkanaki A R, Ganjian N, Askari F, et al. Pseudo-static analysis of cantilever retaining walls using upper bound limit analysis approach[J]. *Journal of Central South University*, 2019, 26(1): 241-255.
- [6] 胡卫东,祝新念,周喜宇. 有限宽度无黏性砂土悬臂排桩柔性挡墙被动土压力试验研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2019, 38(s2): 3748-3757.
- [7] Cao W, Liu T, Xu Z. Calculation of passive earth pressure using the simplified principal stress trajectory method on rigid retaining walls[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, 109: 108-116.
- [8] Xiao S, Xia P. Variational calculus method for passive earth pressure on rigid retaining walls with strip surcharge on backfills [J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2020, 83: 526-551.
- [9] 杜永峰,余钰. 重力式挡土墙结构体系可靠度的 Monte Carlo 模拟[J]. *西北地震学报*, 2012, 34(1): 29-32.
- [10] Zhou Y, Xu B, Pang R, et al. Stochastic seismic response and stability reliability analysis of a vertical retaining wall in front of the pumping station of a nuclear power plant using the probability density evolution method[J]. *Nuclear Engineering and Design*, 2018, 334: 110-120.
- [11] Hoek E, Brown E T. The Hoek-Brown failure criterion and GSI-2018 edition [J]. *Journal of Rock Mechanics and Geotechnical Engineering*, 2018, 11(3): 445-463.
- [12] 许渊,李亮,邹金锋,等. 考虑轴向力和渗透力时圆形隧道广义 Hoek-Brown 解[J]. *岩土力学*, 2015, 36(10): 2837-2846.
- [13] Yu L, Lyu C, Wang M, et al. Three-dimensional upper bound limit analysis of a deep soil-tunnel subjected to pore pressure based on the nonlinear Mohr-Coulomb criterion[J]. *Computers and Geotechnics*, 2019, 112: 293-301.
- [14] Ghanbari A, Taheri M. An analytical method for calculating active earth pressure in reinforced retaining walls subject to a line surcharge[J]. *Geotextiles and Geomembranes*, 2012, 34: 1-10.
- [15] 张亮,罗杰. 孔隙水作用下的二级边坡挡土墙被动土压力上限研究[J]. *铁道科学与工程学报*, 2015, 12(2): 297-302.
- [16] 梁桥,杨小礼,张佳华. 非均质土体中盾构隧道开挖面支护力上限分析[J]. *岩土力学*, 2016, 37(9): 2585-2592.