

郭克锋,李成,常淑桂.下行链路 NOMA 中继网络功率分配策略及性能分析[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2022,37(3):95-103. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.03.013

GUO K F, LI C, CHANG S G. Power Allocation Strategy and Performance Analysis of Downlink NOMA Relay Networks [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 37(3):95-103. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.03.013

# 下行链路 NOMA 中继网络功率分配策略及性能分析

郭克锋<sup>1\*</sup>, 李成<sup>2</sup>, 常淑桂<sup>3</sup>

(1.中国人民解放军航天工程大学 航天信息学院,北京 怀柔 101407;2.中国人民解放军 75775 部队,广东 广州 510540;  
3.中国人民解放军 63780 部队,海南 三亚 572400)

**摘要:**非正交多址接入(Non-orthogonal Multiple Access, NOMA)技术可以在有限的信道资源内,容纳更多的用户,有效提升频谱效率.针对下行链路 NOMA 中继网络,推导得到系统中断概率以及遍历容量的闭合表达式.为了最小化系统中断概率,研究了功率分配问题,并分析功率分配因子以及用户的目标数据速率等网络参数对系统性能的影响.最后,蒙特卡洛仿真验证了理论结果的正确性.

**关键词:**非正交多址接入;功率分配;中断概率;遍历容量

中图分类号:TN929.5 文献标志码:A 文章编号:1672-9102(2022)03-0095-09

## Power Allocation Strategy and Performance Analysis of Downlink NOMA Relay Networks

GUO Kefeng<sup>1</sup>, LI Cheng<sup>2</sup>, CHANG Shugui<sup>3</sup>

(1. School of Space Information, Space Engineering University, Beijing 101407, China;  
2. No. 75775 Army of PLA, Guangzhou 510540, China; 3. No. 63780 Army of PLA, Sanya 572400, China)

**Abstract:** Non-orthogonal multiple access (NOMA) can accommodate more users in a limited channel resource and effectively improve spectrum efficiency. For the downlink NOMA relay network, a closed expression of the system outage probability and traversal capacity is derived. In order to minimize the system outage probability, the power allocation problem is studied, and the influence of network parameters, such as the power allocation factor and the user's target data rate on system performance is analyzed. Finally, Monte Carlo simulation has verified the correctness of the theoretical results.

**Keywords:** non-orthogonal multiple access; power allocation; outage probability; ergodic capacity

非正交多址接入(Non-orthogonal Multiple Access, NOMA)在频谱效率、低传输延迟、大规模连接性等方面具有突出的优势,在工业界和学术界引起了广泛关注,是未来移动通信的重要候选方案.与传统的正交多址接入(Orthogonal Multiple Access, OMA)不同, NOMA 允许多个用户使用相同的时间和频率资源同时

收稿日期:2020-04-22

基金项目:国家自然科学基金资助项目(62001517)

\*通信作者, E-mail: guokefeng.cool@163.com.

传输,可以显著提高频谱效率和系统容量<sup>[1]</sup>.在发射机侧,发射机为不同用户的信号分配不同的功率,并执行叠加编码.接收机采用连续干扰消除(Successive Interference Cancellation, SIC)技术解码每个用户所需信号<sup>[2]</sup>.NOMA 引入了多用户干扰,为实际应用带来了许多技术挑战.合理的功率分配可以显著抑制多用户干扰,提高接收端信噪比,保证小区边缘用户的数据传输,是 NOMA 领域亟须解决的关键问题.

目前,已有较多文献研究 NOMA 网络功率分配问题.文献[3]针对 NOMA 下行链路,提出基于预分组的固定功率分配(Fixed Power Allocation, FPA)、部分传输功率分配(Fractional Transmit Power Allocation, FTPA)以及穷尽搜索功率分配(Full Search Power Allocation, FSPA)3 种功率分配算法;文献[4]提出一种公平性功率分配方案,即保证系统中的每个用户所获得的容量都不小于其在 OMA 系统中所能获得的容量;文献[5]提出将信道条件较好的用户作为中继节点,协助基站将信息转发给信道条件相对差的用户;作者推导了系统遍历容量的渐进表达式,为提升系统和速率,提出有一种次优的功率分配方案.文献[6-8]则将研究扩展到多个用户(2 个以上)的场景.文献[6]引入强化学习方法,结合信道状态信息(Channel State Information, CSI),通过动态地调整功率分配因子,进一步优化了系统的能量效率;文献[7]则从公平性的角度出发,以最大化最差条件下系统容量为目标,研究相应的功率分配方案.

在衰落较为严重的区域部署中继节点,可以减轻信号衰落,增大网络覆盖.此外,中继技术也是应急通信的主要手段之一<sup>[8]</sup>,利用车载中继台可以实现快速灵活部署,及时高效地处理突发事件.因此,在 NOMA 网络中引入中继技术,可以保证小区边缘用户的数据传输.文献[9-12]基于 NOMA 中继网络,研究相应的功率分配问题.文献[9]以最大化最差用户的可达速率为目标,分别研究基于瞬时 CSI 的动态功率分配方案以及基于统计 CSI 的固定功率分配方案;文献[10]研究 NOMA 在放大转发(Amplify-and-Forward, AF)中继网络的速率优化问题,通过在中继处进行波束成形,并结合功率分配,从而最大化最坏情况下的系统和速率;文献[11]研究 NOMA 中继网络的联合资源优化问题,其中包括子载波对,子载波用户分配以及功率分配,从而最大化系统吞吐量;文献[12]以最小化系统中断概率为目标,研究功率分配问题,其中中继采用译码转发(Decode-and-Forward, DF).作者仅给出了基站处最佳功率分配因子,没有深入研究中继处功率分配问题.

鉴于现有研究的局限性,以最小化系统中断概率为目标,研究 NOMA 中继网络功率分配问题,推导得到系统中断概率、遍历容量的精确表达式.基于所得结果,分析用户的目标数据速率、功率分配因子等参数对系统性能(中断概率、遍历容量)的影响.

### 1 系统模型

所考虑下行链路 NOMA 中继网络如图 1 所示.其中包含发送端基站(BS),中继节点(R)和 2 个用户(D<sub>1</sub>和 D<sub>2</sub>).中继采用译码转发,且工作在半双工模式,所有的节点均配备了单天线.假设信道是独立的非频率选择性瑞利衰落信道,服从标准复高斯分布.假设各节点间的相对移动很小,可以忽略,即信道服从块衰落模型.定义 BS 到 R, R 到 D<sub>i</sub>(i = 1,2)之间链路的信道系数分别为  $h_R \sim \text{CN}(0, \lambda = d_{SR}^{-\alpha})$ ,  $h_i \sim \text{CN}(0, \lambda_i = d_i^{-\alpha})$ .其中,  $\alpha$  为路径损耗指数,  $d$  为对应链路 2 个节点之间的距离.信道增益  $|h_R|^2, |h_i|^2$  分别服从均值为  $\lambda_0, \lambda_i$  的指数分布.

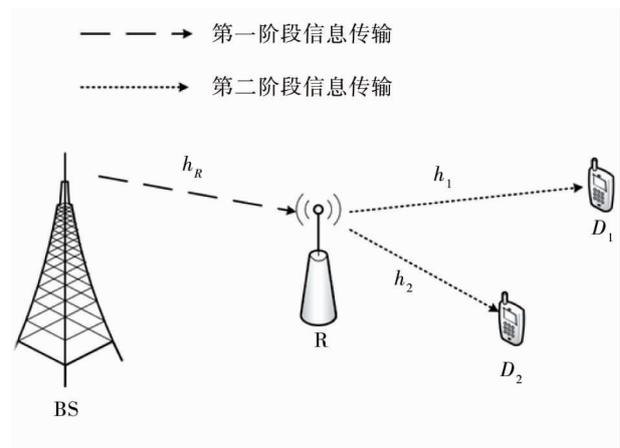


图 1 下行链路 NOMA 中继网络

1 个完整的通信过程包含 2 个时隙,且 2 个时隙的持续时间可视为等同.在第 1 个时隙,基站 BS 发送叠加编码信号  $\sqrt{Pa_1}x_1 + \sqrt{Pa_2}x_2$ , 其中,  $P$  为 BS 的发送功率,  $x_i$  为发送给  $D_i$  的信息,满足  $E(|x_i|^2) = 1(i = 1,2)$ ;  $a_i$  为相应的功率分配因子,满足  $a_1 + a_2 = 1$ .我们假设用户  $D_1$  的优先级更高,依据 NOMA 技术的编码原理,要求给  $x_1$  分配更多的功率,即  $a_1 \geq a_2$ . 则 R 收到的信号为

$$y_R = h_R \sqrt{P} (\sqrt{a_1} x_1 + \sqrt{a_2} x_2) + w_R. \quad (1)$$

式中:  $w_{(\cdot)} \sim CN(0, \sigma^2)$  为接收端的加性高斯白噪声.

在第2个时隙, DF 中继首先译码  $x_1$  并重新进行叠加编码, 随后转发信息. 因为信号  $x_1$  被分配给了更高的功率, 因此, 接收端在译码时, 会先译码  $x_1$ , 同时把  $x_2$  视作噪声, 随后, 将  $x_1$  从叠加信号中剔除, 再译码  $x_2$ .

定义信噪比  $\rho = P/\sigma^2$ , 此时, 中继译码  $x_1$  和  $x_2$  时的 SINR 分别为

$$\gamma_{R,1} = \frac{a_1 \rho |h_R|^2}{a_2 \rho |h_R|^2 + 1}; \quad (2)$$

$$\gamma_{R,2} = a_2 \rho |h_R|^2. \quad (3)$$

相应的可达速率为

$$r_{R,1} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{R,1}); \quad (4)$$

$$r_{R,2} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{R,2}). \quad (5)$$

中继译码  $x_i$  后, 重新进行叠加编码并转发给用户, 叠加编码信号为  $\sqrt{P_R b_1} x_1 + \sqrt{P_R b_2} x_2$ . 其中,  $P_R$  为中继的发送功率,  $b_i$  为中继处的功率分配因子, 有  $b_1 + b_2 = 1$ . 因此, 用户  $D_i$  接收到的信号为

$$y_{D_i} = h_i \sqrt{P_R} (\sqrt{b_1} x_1 + \sqrt{b_2} x_2) + w_{D_i}. \quad (6)$$

$D_1$  只需译码  $x_1$ , 定义  $\rho_R = P_R/\sigma^2$ , 相应的 SINR 为

$$\gamma_{D1,1} = \frac{b_1 \rho_R |h_1|^2}{b_2 \rho_R |h_1|^2 + 1}. \quad (7)$$

此时的可达速率为

$$r_{D1,1} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{D1,1}). \quad (8)$$

$D_2$  需要依次译码  $x_1, x_2$ , SINR 分别为

$$\gamma_{D2,1} = \frac{b_1 \rho_R |h_2|^2}{b_2 \rho_R |h_2|^2 + 1}; \quad (9)$$

$$\gamma_{D2,2} = b_2 \rho_R |h_2|^2. \quad (10)$$

相应的可达速率分别为

$$r_{D2,1} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{D2,1}); \quad (11)$$

$$r_{D2,2} = \frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_{D2,2}). \quad (12)$$

## 2 性能分析

### 2.1 中断概率

用户  $D_i$  译码  $x_i$  所要求的目标数据速率为  $u_i$ , 当  $\gamma_{(\cdot)} > \varepsilon_i = 2^{2u_i} - 1$  时, 节点能够成功译码  $x_i$ , 否则, 意味着实际的可达速率小于目标数据速率, 即发生中断. 对于用户  $D_1$  而言, 若要成功译码  $x_1$ , 首先要求中继能够成功译码  $x_1$  和  $x_2$ ; 因此, 其中断概率可表示为

$$\begin{aligned} P_{D1}^{\text{DF}} &= 1 - \Pr(\gamma_{R,1} > \varepsilon_1, \gamma_{R,2} > \varepsilon_2, \gamma_{D1,1} > \varepsilon_1) = \\ &= 1 - \Pr\left(|h_R|^2 > \max\left\{\frac{\varepsilon_1}{\rho(a_1 - a_2 \varepsilon_1)}, \frac{\varepsilon_2}{a_2 \rho}\right\}, |h_1|^2 > \frac{\varepsilon_1}{\rho_R(b_1 - b_2 \varepsilon_1)}\right) = \\ &= 1 - \Pr(|h_R|^2 > \varphi_1) \cdot \Pr(|h_1|^2 > \xi_1). \end{aligned} \quad (13)$$

式中:  $\varphi_1 = \max\{\varepsilon_1/[\rho(a_1 - a_2 \varepsilon_1)], \varepsilon_2/(a_2 \rho)\}$ ;  $\xi_1 = \varepsilon_1/[\rho_R(b_1 - b_2 \varepsilon_1)]$ . 要求  $a_1 - a_2 \varepsilon_1 \geq 0, b_1 - b_2 \varepsilon_1 \geq 0$ , 否则, 中断概率始终为 1. 变量  $|h_{(\cdot)}|^2$  的概率密度函数(Probability Density Function, PDF)为

$$f_{|h_{C,1}|^2}(x) = \frac{1}{\lambda_{C,1}} e^{-\frac{x}{\lambda_{C,1}}}. \quad (14)$$

进而可推导得到  $D_1$  的中断概率为

$$P_{D_1}^{\text{DF}} = 1 - e^{-\frac{\varphi_1}{\lambda_{C,1}}} e^{-\frac{\varepsilon_1}{\lambda_1}}. \quad (15)$$

同理,  $D_2$  的中断概率为

$$\begin{aligned} P_{D_2}^{\text{DF}} &= 1 - \Pr(\gamma_{R,1} > \varepsilon_1, \gamma_{R,2} > \varepsilon_2, \gamma_{D_{2,1}} > \varepsilon_1, \gamma_{D_{2,2}} > \varepsilon_2) = \\ &= 1 - \Pr\left(|h_R|^2 > \varphi_1, |h_2|^2 > \max\left\{\frac{\varepsilon_1}{\rho_R(b_1 - b_2\varepsilon_1)}, \frac{\varepsilon_2}{b_2\rho_R}\right\}\right) = \\ &= 1 - \Pr(|h_R|^2 > \varphi_1) \cdot \Pr(|h_2|^2 > \varphi_2) = 1 - e^{-\frac{\varphi_1}{\lambda_1}} e^{-\frac{\varphi_2}{\lambda_2}}. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\text{式中: } \varphi_2 = \max\left\{\frac{\varepsilon_1}{\rho_R(b_1 - b_2\varepsilon_1)}, \frac{\varepsilon_2}{b_2\rho_R}\right\}.$$

对于整个系统而言,发生中断是指用户  $D_1$  或用户  $D_2$  中断,推导可得系统的中断概率为

$$\begin{aligned} P_{\text{out}}^{\text{DF}} &= 1 - \Pr(\gamma_{R,1} > \varepsilon_1, \gamma_{R,2} > \varepsilon_2, \gamma_{D_{1,1}} > \varepsilon_1, \gamma_{D_{2,1}} > \varepsilon_1, \gamma_{D_{2,2}} > \varepsilon_2) = \\ &= 1 - \Pr(|h_R|^2 > \varphi_1) \Pr(|h_1|^2 > \xi_1) \Pr(|h_2|^2 > \varphi_2) = \\ &= 1 - e^{-\frac{\varphi_1}{\lambda_0}} e^{-\frac{\xi_1}{\lambda_1}} e^{-\frac{\varphi_2}{\lambda_2}}. \end{aligned} \quad (17)$$

## 2.2 遍历容量

2 个用户端到端的信噪比分别为

$$\gamma_1 = \min\{\gamma_{R,1}, \gamma_{D_{1,1}}\}; \quad (18)$$

$$\gamma_2 = \min\{\gamma_{R,2}, \gamma_{D_{2,2}}\}. \quad (19)$$

用户  $D_i$  的遍历容量<sup>[13]</sup>为

$$C_i^{\text{DF}} = E\left[\frac{1}{2} \log_2(1 + \gamma_i)\right] = \frac{1}{2 \ln 2} \int_0^\infty \frac{1 - F_{\gamma_i}(x)}{1 + x} dx. \quad (20)$$

变量  $\gamma_1$  的累积分布函数(Cumulative Distribution Function, CDF)为

$$\begin{aligned} F_{\gamma_1}(x) &= \Pr(\min\{\gamma_{R,1}, \gamma_{D_{1,1}}\} < x) = 1 - \Pr(\min\{\gamma_{R,1}, \gamma_{D_{1,1}}\} > x) = 1 - \Pr(\gamma_{R,1} > x, \gamma_{D_{1,1}} > x) = \\ &= 1 - \Pr\left(|h_R|^2 > \frac{x}{\rho(a_1 - a_2x)}, |h_1|^2 > \frac{x}{\rho_R(b_1 - b_2x)}\right) = 1 - e^{-\frac{x}{\lambda_0 \rho(a_1 - a_2x)}} e^{-\frac{x}{\lambda_1 \rho_R(b_1 - b_2x)}}. \end{aligned} \quad (21)$$

同理,可得变量  $\gamma_2$  的 CDF 为

$$F_{\gamma_2}(x) = 1 - e^{-\frac{x}{\lambda_0 a_2 \rho}} e^{-\frac{x}{\lambda_2 b_2 \rho_R}}. \quad (22)$$

最终推导可得  $D_1$  的遍历容量为

$$C_1^{\text{DF}} = \frac{1}{2 \ln 2} \int_0^{\min\left\{\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}\right\}} \frac{e^{-\left[\frac{x}{\lambda_0 \rho(a_1 - a_2x)} + \frac{x}{\lambda_1 \rho_R(b_1 - b_2x)}\right]}}{1 + x} dx. \quad (23)$$

下面推导用户  $D_2$  的遍历容量,将公式(22)代入(20),根据文献[14]中的(3.352.4)式,经过代数运算,可得

$$C_2^{\text{DF}} = \frac{1}{2 \ln 2} \int_0^\infty \frac{e^{-\frac{x}{\lambda_0 a_2 \rho}} e^{-\frac{x}{\lambda_2 b_2 \rho_R}}}{1 + x} dx = \frac{1}{2 \ln 2} \int_0^\infty \frac{e^{-\left(\frac{\lambda_0 a_2 \rho + \lambda_2 b_2 \rho_R}{\lambda_0 \lambda_2 a_2 b_2 \rho \rho_R}\right) x}}{1 + x} dx = \frac{-1}{2 \ln 2} e^{\frac{\lambda_0 a_2 \rho + \lambda_2 b_2 \rho_R}{\lambda_0 \lambda_2 a_2 b_2 \rho \rho_R}} \text{Ei}\left(-\frac{\lambda_0 a_2 \rho + \lambda_2 b_2 \rho_R}{\lambda_0 \lambda_2 a_2 b_2 \rho \rho_R}\right). \quad (24)$$

式中:  $\text{Ei}(\cdot)$  为指数积分函数.

综上,系统的总遍历容量为

$$C^{\text{DF}} = C_1^{\text{DF}} + C_2^{\text{DF}} = \frac{1}{2 \ln 2} \int_0^{\min\left\{\frac{a_1}{a_2}, \frac{b_1}{b_2}\right\}} \frac{e^{-\left(\frac{x}{\lambda_0 \rho(a_1 - a_2x)} + \frac{x}{\lambda_1 \rho_R(b_1 - b_2x)}\right)}}{1 + x} dx - \frac{1}{2 \ln 2} e^{\frac{\lambda_0 a_2 \rho + \lambda_2 b_2 \rho_R}{\lambda_0 \lambda_2 a_2 b_2 \rho \rho_R}} \text{Ei}\left(-\frac{\lambda_0 a_2 \rho + \lambda_2 b_2 \rho_R}{\lambda_0 \lambda_2 a_2 b_2 \rho \rho_R}\right). \quad (25)$$

### 3 功率分配

由公式(17)可知:系统中断概率受到基站处功率分配因子  $a_i$  和中继处功率分配因子  $b_i$  的影响.为实现最优的中断性能,结合公式(17),首先建立优化问题:

$$\begin{aligned} \min_{a_1, a_2, b_1, b_2} P_{\text{out}}^{\text{DF}} &= 1 - P(|h_R|^2 > \varphi_1) P(|h_1|^2 > \xi_1) P(|h_2|^2 > \varphi_2); \\ \text{s.t.} &\begin{cases} a_1 + a_2 = 1; \\ b_1 + b_2 = 1; \\ a_1 - a_2 \varepsilon_1 > 0; \\ b_1 - b_2 \varepsilon_1 > 0; \\ 0 < a_1, a_2, b_1, b_2 < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (26)$$

基站处和中继处的功率分配过程互不影响,因此,可分阶段处理,分别求解基站处和中继处的最佳功率分配因子.将该问题转化为2个子问题,子问题1为

$$\begin{aligned} \max_{a_1, a_2} P(|h_R|^2 > \varphi_1) &= \min_{a_1, a_2} \varphi_1 = \min_{a_1, a_2} \max \left\{ \frac{\varepsilon_1}{\rho(a_1 - a_2 \varepsilon_1)}, \frac{\varepsilon_2}{a_2 \rho} \right\}; \\ \text{st.} &\begin{cases} a_1 + a_2 = 1; \\ a_1 - a_2 \varepsilon_1 > 0; \\ 0 < a_1, a_2 < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (27)$$

式中:目标函数  $\varphi_1$  为极大值函数,是非光滑的,即目标函数非连续可微.传统基于微分的优化理论和方法在处理不连续的梯度时,会过早地结束迭代而失效.对于子问题1,我们通过引入辅助变量  $t$  进行等价转化.

$$\begin{aligned} \max_{a_1, a_2} &t; \\ \text{s.t.} &\begin{cases} \frac{\varepsilon_1}{\rho(a_1 - a_2 \varepsilon_1)} - t \leq 0; \\ \frac{\varepsilon_2}{a_2 \rho} - t \leq 0. \end{cases} \end{aligned} \quad (28)$$

此时,问题变为一个凸问题,可求解出最优解为

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}; \\ a_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}. \end{cases} \quad (29)$$

子问题2为

$$\begin{aligned} \max_{b_1, b_2} &P(|h_1|^2 > \xi_1) P(|h_2|^2 > \varphi_2); \\ \text{s.t.} &\begin{cases} b_1 + b_2 = 1; \\ b_1 - b_2 \varepsilon_1 > 0; \\ 0 < b_1, b_2 < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (30)$$

$\varphi_2$  关于变量  $b_1$  是非连续可微的,此时,采用次梯度法可求得最优解,但在实际应用中,收敛速度稍慢.本章的解决思路是借助光滑逼近理论,利用  $\varphi_2(b_1)$  的光滑逼近函数——凝聚函数<sup>[15]</sup>,从而可将子问题2转化为光滑优化问题.光滑逼近方法的基本思想是将非光滑函数用1个含参数的光滑函数逼近,从而将原非光滑优化问题转化为光滑优化问题.

根据 Jaynes 提出的最大熵原理<sup>[16]</sup>,极大值函数  $\varphi_2(b_1)$  的凝聚函数为

$$k(b_1, \mu) = \mu \ln \left( \frac{1}{e^{\mu \rho_R \left[ (1+\varepsilon_1) b_1 - \varepsilon_1 \right]} + e^{\mu \rho_R (1-b_1)}} \right). \quad (31)$$

式中: $\mu$  为光滑参数.当参数  $\mu$  趋近于0时,凝聚函数  $k(b_1, \mu)$  会一致逼近  $\varphi_2(b_1)$ ,但随着  $\mu$  变小,凝聚函数  $k(b_1, \mu)$  的二阶导数会趋近为零,对后续优化问题的求解带来困难,因此,需要合理选择  $\mu$  的取值,用平衡计

算精度和求解复杂度.采用该方法,子问题2被转化为如下优化问题:

$$\begin{aligned} & \max_{b_1, b_2} \frac{\xi_1}{\lambda_1} e^{-\frac{k(b_1, \mu)}{\lambda_2}}; \\ & \text{s.t.} \begin{cases} b_1 + b_2 = 1; \\ b_1 - b_2 \varepsilon_1 > 0; \\ 0 < b_1, b_2 < 1. \end{cases} \end{aligned} \quad (32)$$

为简化问题,我们考虑较高信噪比的情况,从而对目标函数进行化简.当  $x \rightarrow 0$  时,有  $1 - e^{-x} \approx x$ , 最终建立如下优化问题:

$$\begin{aligned} & \min_{b_1, b_2} \frac{\xi_1}{\lambda_1} + \frac{k(b_1, \mu)}{\lambda_2}; \\ & \text{s.t.} \frac{\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} < b_1 < 1. \end{aligned} \quad (33)$$

目标函数具体可写为

$$f_{\text{DF}}(b_1) = \frac{\xi_1}{\lambda_1} + \frac{k(b_1, \mu)}{\lambda_2} = \frac{\varepsilon_1}{\rho_R \lambda_1 (b_1(1 + \varepsilon_1) - \varepsilon_1)} + \frac{\mu}{\lambda_2} \ln \left( e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_1) b_1 - \varepsilon_1}} + e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_2}{1 - b_1}} \right). \quad (34)$$

其一阶导数为

$$\begin{aligned} f'_{\text{DF}}(b_1) &= \frac{-\rho_R \lambda_1 \varepsilon_1 (1 + \varepsilon_1)}{[\rho_R \lambda_1 (b_1(1 + \varepsilon_1) - \varepsilon_1)]^2} + \\ & \frac{\mu}{\lambda_2} \frac{1}{e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_1) b_1 - \varepsilon_1}} + e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_2}{1 - b_1}}} \cdot \left( \frac{1}{\mu} \frac{-\rho_R \varepsilon_1 (1 + \varepsilon_1)}{[\rho_R (b_1(1 + \varepsilon_1) - \varepsilon_1)]^2} e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_1}{(1 + \varepsilon_1) b_1 - \varepsilon_1}} + \frac{1}{\mu} \frac{\varepsilon_2 \rho_R}{(\rho_R - \rho_R b_1)^2} e^{\frac{\mu \rho_R \varepsilon_2}{1 - b_1}} \right). \end{aligned} \quad (35)$$

进一步地证明  $f'_{\text{DF}}(b_1) > 0$ , 即目标函数是凸函数.

在求得目标函数一阶导数的基础上,选择利用梯度下降法来求解中继处的最佳功率分配因子.优化算法如下所示.

步骤 1: 基站处最佳功率分配因子:  $a_1 = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}$ ,  $a_2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_1 \varepsilon_2}$ ;

步骤 2: 初始化, 给定光滑参数  $\mu$ , 初始点  $x^{(1)}$ , 满足  $\frac{\varepsilon_1}{1 + \varepsilon_1} < x^{(1)} < 1$ , 精度  $\delta$ , 固定搜索步长  $\lambda$ , 迭代次

数  $k = 1$ ; 为减少迭代, 初始点设为定义域的中值, 即  $x^{(1)} = \frac{1 + 2\varepsilon_1}{2(1 + \varepsilon_1)}$ ;

步骤 3:  $x^{(k)}$  处的梯度为  $\nabla f_{\text{DF}}(x^{(k)})$ ,  $x^{(k)}$  处的搜索方向为  $d^{(k)} = -\nabla f_{\text{DF}}(x^{(k)})$ ;

步骤 4: 若  $d^{(k)} < \delta$ , 停止计算, 输出  $x^{(k)}$ ;

否则, 令  $x^{(k+1)} = x^{(k)} + \lambda d^{(k)}$ ,  $k = k + 1$ , 转步骤 2. 输出值即为中继处最优功率分配因子  $b_1$ .

表 1 给出了算法的数值结果. 其中, 光滑参数  $\mu = 0.01$ , 精度  $\delta = 0.001$ , 搜索步长  $\lambda = 0.1$ .

表 1 优化算法数值结果

系统参数	初始值 $x^{(1)}$	迭代次数	中继处最优功率分配因子 $b_1$
$d_1 = 2d, u_1 = u_2 = 1$ bps/Hz	0.875	69	0.912 7
$d_1 = 2d, u_1 = 0.5$ bps/Hz, $u_2 = 3.0$ bps/Hz	0.750	93	0.608 6
$d_1 = 1.5d, u_1 = u_2 = 1.0$ bps/Hz	0.875	91	0.888 0
$d_1 = 4d, u_1 = u_2 = 1.0$ bps/Hz	0.875	11	0.957 7

## 4 仿真结果分析

为验证理论推导的正确性, 本节利用 MATLAB 软件, 通过 Monte Carlo 方法进行仿真分析, 进而研究不同网络参数对系统性能的影响. 为简化分析, 对信道噪声和节点之间距离作归一化处理, 即  $\delta^2 = 1, d_{\text{SR}} = d_2 = d = 1, d_1 = \{d, 1.5d, 2d, 3d, 4d\}$ . 不失一般性, 路径损耗指数设定为  $\alpha = 3$ .

图2给出了在不同目标数据速率的情况下,用户的中断性能.仿真参数为 $d_1 = 2d$ ,当 $u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz时,结合3.2.5节的功率分配算法,最佳功率分配因子为 $a_1 = 0.8, b_1 = 0.9127$ ;当 $u_1 = 0.5$  bps/Hz,  $u_2 = 3$  bps/Hz时,最佳功率分配因子为 $a_1 = 0.504, b_1 = 0.6086$ .可以看出:当 $u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz时,用户 $D_2$ 的中断概率更低,这是因为当目标数据速率相同时,中断性能主要受信道衰落的影响,用户 $D_2$ 距离中继 $R$ 更近,信道条件更好.当 $u_1 = 0.5$  bps/Hz,  $u_2 = 3$  bps/Hz时,用户 $D_2$ 的中断概率却高于 $D_1$ ,即使 $D_1$ 要经历更严重的信道衰落.这是由于用户 $D_2$ 目标数据速率很大,对中断性能的影响大于信道衰落对中断性能的影响.其次,可以发现,即使 $u_1$ 减小了,但用户 $D_1$ 的中断概率仍然呈现出增加的趋势,这是因为中继 $R$ 既需要译码 $x_1$ ,也需要译码 $x_2$ , $D_i$ 的中断概率会受到 $u_1$ 和 $u_2$ 的共同影响.值得指出的是,当 $u_1 = 0.5$  bps/Hz,  $u_2 = 3$  bps/Hz时,两用户中断概率之间的差距变大,原因是目标数据速率之间的差异变大了.

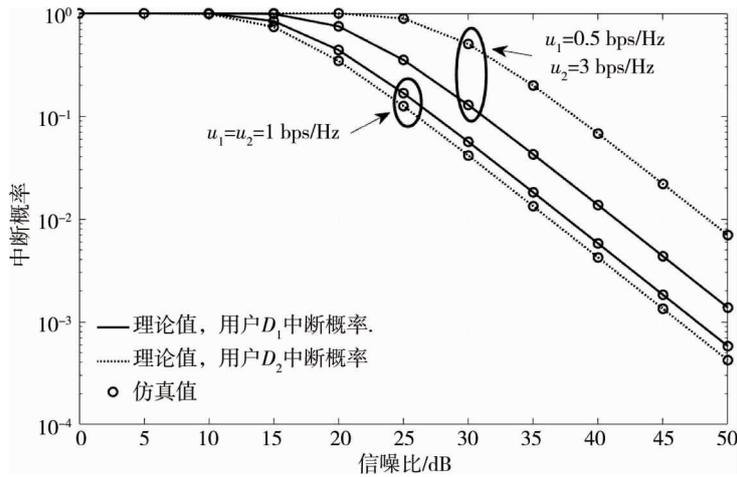


图2 不同目标数据速率条件下,用户中断概率随信噪比变化曲线

图3给出了系统及用户中断概率随基站处功率分配因子 $a_1$ 变化关系,其中,仿真参数设定为 $d_1 = 2d, u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz,  $\rho = 40$  dB.当不满足 $a_1 - a_2 \epsilon_1 \geq 0$ 时,中断概率始终为1.可以发现:系统及用户的中断概率随着 $a_1$ 的增加呈现先降低后增加的变化趋势.这是因为 $a_1$ 越大,  $\gamma_{R,1}$ 越大,而 $\gamma_{R,2}$ 越小,则中继越容易译码 $x_1$ ,越难以译码 $x_2$ ,这种综合作用使得其中断概率呈现先降低后增加的趋势.另外,当 $a_1 = 0.8$ 时,系统中断概率取得最低值,仿真结果与公式(32)所得结果一致,证明了功率分配算法的正确性.

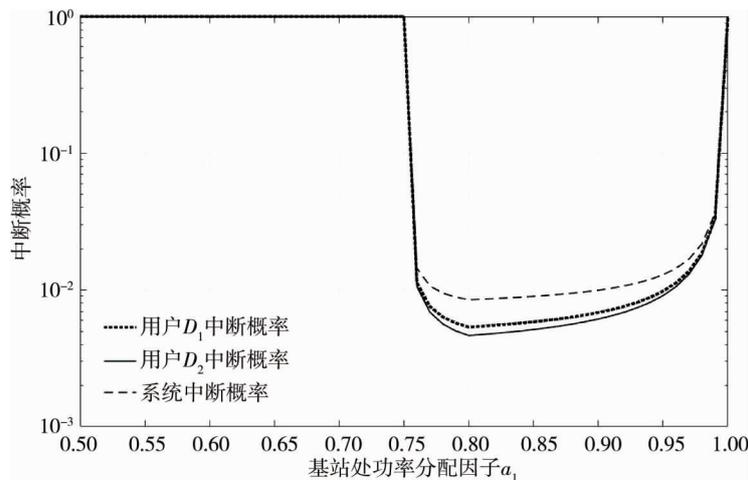


图3 中断概率随基站处功率分配因子变化关系曲线

图4给出了系统及用户中断概率随基站处功率分配因子 $a_1$ 变化关系,其中,仿真参数设定为 $d_1 = 2d, u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz,  $\rho = 40$  dB.当不满足 $b_1 - b_2 \epsilon_1 \geq 0$ 时,中断概率始终为1.与图3类似,随着 $b_1$ 的增大,系统中断概率及用户 $D_2$ 的中断概率也呈现出先降低后增加的趋势.对于用户 $D_1$ 而言,其中断概率随着 $b_1$ 的增大呈现持续降低的变化,这是因为 $D_1$ 仅需要译码 $x_1$ ,无须译码 $x_2$ ,对于用户 $D_1$ 而言, $b_1$ 越大越有利.

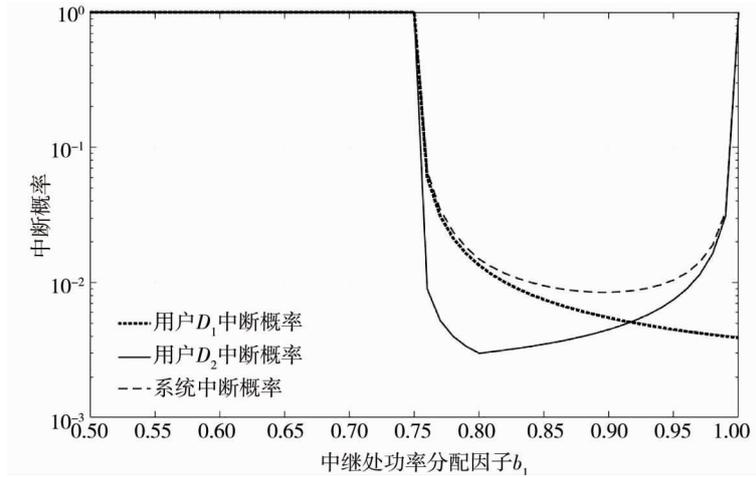


图4 中断概率随中继处功率分配因子变化关系曲线

图5给出了在不同目标数据速率的情况下,中继处最佳功率分配因子  $b_1$  与节点距离的变化关系图,其中,  $\rho = 40$  dB. 从图5中可以看出:最佳功率分配因子  $b_1$  的值随着  $d_1/d_2$  的增加而增大,这是因为随着节点距离的增加,用户  $D_1$  会经历更严重的信道衰落.为减轻信道衰落造成的影响,实现最优的中断性能,需要给  $x_1$  分配更多的功率,即  $b_1$  的取值应当更大.另一方面,  $u_1 = 0.5$  bps/Hz,  $u_2 = 3$  bps/Hz 时最佳功率分配因子的取值要低于  $u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz 时的取值,这是因为系统的中断性能同时受到用户目标数据速率的影响,当用户  $D_2$  的目标数据速率增加时,为降低系统中断概率,需要给  $x_2$  分配更多的功率,即  $b_1$  的取值应当适当减小.综上所述,为实现最优的中断性能,要根据不同的用户目标数据速率和不同的节点距离实时调整功率分配因子.

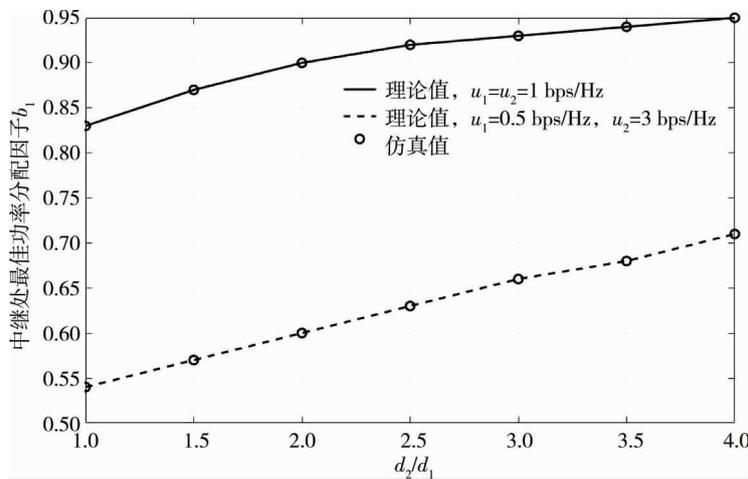


图5 中继处最佳功率分配因子与用户距离的变化关系曲线

图6给出了NOMA及OMA(TDMA)这2种多址接入方案下,遍历容量的仿真曲线.图6中,仿真参数设定为  $d_1 = 2d$ ,  $u_1 = u_2 = 1$  bps/Hz,  $a_1 = 0.8$ ,  $b_1 = 0.8$ . 观察可知:采用NOMA方案时,用户  $D_2$  会实现更高的遍历容量.值得注意的是,在NOMA方案下,用户  $D_1$  的遍历容量随着  $\rho$  的增加呈现先增加后恒定的趋势,在  $\rho$  较低时,NOMA方案下用户  $D_1$  的遍历容量优于TDMA方案,但  $\rho$  较高时,反而TDMA方案下  $D_1$  的遍历容量更高.由式(2)和式(7)可知:当  $\rho \rightarrow \infty$  时,有  $\lim \gamma_{R,1} \approx a_1/a_2$ ,  $\lim \gamma_{D1,1} \approx b_1/b_2$ . 因此,当  $\rho \rightarrow \infty$  时,用户  $D_1$  端到端的信噪比满足  $\lim \gamma_1 = \min\{a_1/a_2, b_1/b_2\}$ , 所以,用户  $D_1$  的遍历容量随着  $\rho$  的增加最终趋近于1个定值.综上所述,可以得出结论:与TDMA方案相比,NOMA方案能够提高系统的遍历容量,但在高信噪比条件下,NOMA方案会限制用户  $D_1$  的遍历容量,使其性能劣于TDMA方案.

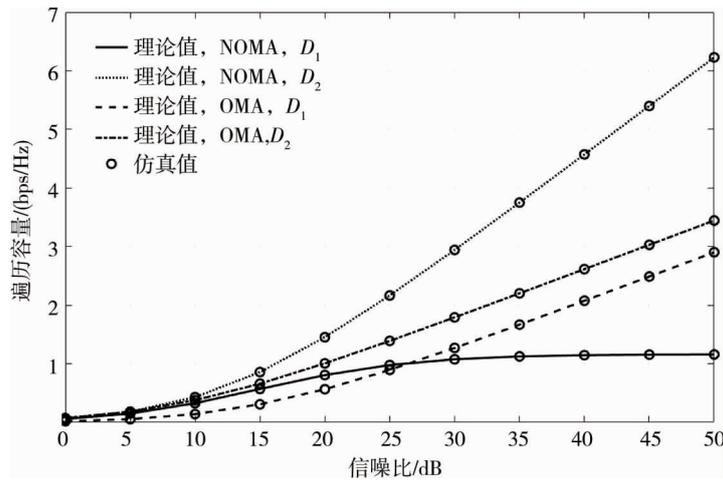


图6 NOMA 和 OMA 方案下,用户的遍历容量仿真曲线

## 5 结论

1) 提出一种可以最小化系统中断概率的功率分配算法,并求得基站处的功率分配因子,得到中断概率和遍历容量的准确闭式表达式,通过闭式表达式可得系统的功率分配因子对于系统中断概率有很大影响,特别是弱用户的功率分配因子变化时。

2) 相较于 TDMA 系统具有明显的优势,可以在未来的通信设计中应用,极大提高无线通信系统的性能。

## 参考文献:

- [1] Ding Z, Lei X, Karagiannidis G K, et al. A survey on non-orthogonal multiple access for 5G networks: Research challenges and future trends[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2017, 35(10): 2181–2195.
- [2] Yan C, Harada A, Benjebbour A, et al. Receiver design for downlink non-orthogonal multiple access (NOMA)[C]// 2015 Vehicular Technology Conference Spring. IEEE, 2015.
- [3] Benjebbour A, Li A, Saito Y, et al. System-level performance of downlink NOMA for future LTE enhancements[C]// 2013 IEEE Globecom Workshops (GC Wkshps). IEEE, 2014.
- [4] José Armando Oviedo, Sadjadpour H R. A fair power allocation approach to NOMA in multiuser SISO systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2017, 66(9): 7974–7985.
- [5] Duan W, Wen M, Xiong Z, et al. Two-stage power allocation for dual-hop relaying systems with non-orthogonal multiple access[J]. IEEE Access, 2017, 5: 2254–2261.
- [6] Zhang S, Li L, Yin J, et al. A dynamic power allocation scheme in power-domain NOMA using actor-critic reinforcement learning[C]//2018 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). IEEE, 2018: 719–723.
- [7] Manglayev T, Kizilirmak R C, Kho Y H. Optimum power allocation for non-orthogonal multiple access (NOMA)[C]//2016 IEEE 10th International Conference on Application of Information and Communication Technologies (AICT). IEEE, 2016: 1–4.
- [8] 李旭.面向应急通信的中继网络部署问题研究[D].合肥:中国科学技术大学,2015.
- [9] Chen X, Liu G, Ma Z, et al. Optimal power allocations for non-orthogonal multiple access over 5G full/half-duplex relaying mobile wireless networks[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2018, 18(1): 77–92.
- [10] Zhao S, Tian M, Li Q. Robust transmission in non-orthogonal multiple access AF relay networks[J]. IEEE Wireless Communications Letters, 2018, 7(6): 1078–1081.
- [11] Wang Q, Zhao F. Joint spectrum and power allocation for NOMA enhanced relaying networks[J]. IEEE Access, 2019, 7: 27008–27016.
- [12] Liu X, Wang X, Liu Y. Power allocation and performance analysis of the collaborative NOMA assisted relaying systems in 5G[J]. China Communications, 2017, 14(1): 50–60.
- [13] Goldsmith A. Wireless communications[M]. Cambridge University Press, 2005.
- [14] Gradshteyn I S, Ryzhik I M, Jeffrey A. Table of integrals, series, and products[M]. 世界图书出版公司, 2004.
- [15] 李兴斯.非线性极大极小问题的一个有效解法[J].科学通报,1991(19):1448–1450.
- [16] Jaynes E T. Information theory and statistical mechanics[J]. Physical Review, 1957, 106: 620–630.