

彭梦, 邬书跃, 李珍辉, 等. 基于不确定性的 2D 激光雷达和摄像机标定方法[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2022, 37(4): 75-83. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.04.010

PENG M, WU S Y, LI Z H, et al. A Calibration Method of 2D Lidar and a Camera Based on Uncertainty of Observation Constraint[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2022, 37(4): 75-83. doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2022.04.010

# 基于不确定性的 2D 激光雷达和 摄像机标定方法

彭梦\*, 邬书跃, 李珍辉, 王海涛

(湖南工程学院 计算机与通信学院, 湖南 湘潭 411104)

**摘要:**为了解决 2D 激光雷达和摄像机标定受多解问题的困扰, 提出基于不确定性的标定方法, 通过改进真解选择机制来提高标定的置信度和准确度. 首先, 基于观测不确定性的似然度对多解的优劣进行评价, 提高真解的置信度. 其次, 将激光点和边界直线的几何约束引入到真解选择的误差度量, 提高真解的准确度. 试验结果表明: 在不同的棋盘格个数下, 相比 Francisco 方法和 Zhang 方法, 所提方法的有效解概率分别提高了 2%~20% 和 30%~260%; 在不同的噪声水平下, 相比于 Francisco 方法和 Zhang 方法, 所提方法的旋转矩阵精度提高了 1°~5° 和 3°~14°. 试验结果表明所提方法标定结果的可靠性和准确性更高.

**关键词:** 二维激光雷达; 摄像机; 外参数标定; 观测不确定性; 点线约束

**中图分类号:** TP391 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2022)04-0075-09

## A Calibration Method of 2D Lidar and a Camera Based on Uncertainty of Observation Constraint

PENG Meng, WU Shuyue, LI Zhenhui, WANG Haitao

(School of Computer and Communication, Hunan Institute of Engineering, Xiangtan 411104, China)

**Abstract:** The calibration of 2D lidar and camera faces the problem of multi solutions. Therefore, a calibration method based on uncertainty of observation is proposed in this paper. The confidence and accuracy of calibration are increased by improving the true solution selection mechanism. Firstly, a joint observation probability based on uncertainty of observation is proposed to evaluate the accuracy of multiple solutions, which improves the confidence of the true solution. Secondly, the geometric constraints of laser points and boundary lines are introduced into the error measurement of true solution selection to improve the accuracy of true solution. The experimental results show that compared with Francisco's and Zhang's method, the reasonable solution probability of this method is increased by 2%~20% and 30%~260% under different number of checkerboards, and the rotation matrix accuracy of this method is improved by 1°~5° and 3°~14° under different noise levels. The real and simulation experiments show that the calibration results of this method are more reliable and accurate.

**Keywords:** 2D lidar; camera; extrinsic calibration; uncertainty of observation; point-line constraints

收稿日期: 2022-01-15

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(62173134); 湖南省教育厅科学研究项目资助(18B386); 湖南省大学生创新创业训练计划项目资助(S201911342021)

\* 通信作者, E-mail: pengmeng@hnie.edu.cn

在自动驾驶、机器人和智能检测等应用领域,为获取全面精确的多维度环境感知信息,需要用多种传感器信息进行探测,其中激光雷达和摄像机是被使用最多的2种传感器<sup>[1-3]</sup>.激光雷达在空间测量上的精度高和对环境的适应性强,而摄像机图像具有分辨率高和在模式识别上的天然优势,两者的信息融合在无人系统的导航、建图和避障等模块中有很好的应用前景.为此,系统需要标定激光雷达和摄像机坐标系统的相对位置和姿态,计算两者之间的旋转矩阵和平移向量.

二维激光雷达在价格成本和运行稳定性上具有很强的优势,因此,被广泛应用到各种智能系统中.二维激光雷达和摄像机的标定方法成为当前的研究热点.基于棋盘格标定物,Zhang等<sup>[4]</sup>最早提出二维激光雷达和摄像机的外参数标定方法,利用激光雷达扫描点落在棋盘格平面上的几何约束,从至少5个棋盘格的观测输入对标定参数线性求解,但这种方法需要大量的观测次数,并且线性解不能保证旋转矩阵的正交性;Vasconcelos等<sup>[5]</sup>在文献[4]的基础上提出了一个使用棋盘格进行外部参数标定的最小解决方案,通过将标定问题转化为透视三点问题(P3P问题)求解,依照三维旋转群求解旋转矩阵,将棋盘格的观测输入个数从5个减少到3个,提高了标定精度,减少了标定步骤,但是该方法存在多解和几何退化问题(危险圆柱体);胡钊政等<sup>[6]</sup>通过引入平面成像区域约束,从多解中选择最优解,提高了解的可靠性;彭梦等<sup>[7]</sup>对多解中选择最优解所使用的误差评价函数进行了改进,利用激光点在棋盘格内部的空间约束去构建误差函数,提高了最优解选择的准确性.除了棋盘格以外,很多学者还利用人造的特殊多面体进行标定,Hoang等<sup>[8]</sup>使用三角板获取直线边缘上的点进行标定,由于激光束的稀疏性和测量噪声的影响,激光束的边缘捕获并不精确,实际标定结果的精度较低;Sungdae等<sup>[9]</sup>使用V形板,利用点面约束求解进行标定,但该方法的优化需要大量的激光扫描和图像对;Dong等<sup>[10]</sup>利用由2个非共面三角形组成的标定物构建6个点面约束,一次采样就能实现标定;Itami等<sup>[11]</sup>通过跟踪动态小球目标,建立2个坐标系之间的点到点的匹配关系实现标定;Fan等<sup>[12]</sup>布置多个人工的标识点,通过对三维空间标识点的精确测量完成标定,实用性不足;Chen等<sup>[13]</sup>采用4个平面组成的多面体采集激光点和图像的直线特征,根据点线约束实现标定.

另外,还有一些不需要标定物的自标定方法,这类方法主要利用人工环境下的直线和平面特征进行标定<sup>[14-16]</sup>.Zhou等<sup>[14]</sup>利用图像中提取的道路直线和激光雷达在直线上的扫描点构建点线约束,实现内外参数的同时标定,由于该方法没有将内外参数分开标定,很难保证标定参数的准确性;Gomez-Ojeda等<sup>[15]</sup>提出以城市建筑中的墙角为标定物的标定方法,通过墙角3个墙面上的激光点构建2种约束来实现标定,包括激光点拟合直线在墙面的约束、两激光扫描直线交点在墙角线的约束,该方法只能适用于城市的室内环境;Hu等<sup>[16]</sup>通过将墙角设立为世界坐标系,通过三点透视问题求解实现摄像机到世界坐标系的标定,对2次标定结果进行转换实现摄像机到激光雷达坐标系的标定.上述的自标定方法都严重依赖人工环境下的几何特征的可靠性和精度,存在鲁棒性较差、精确度较低等缺点.

本文以文献[5]为基础,提出基于不确定性的最小解标定方法,通过改进真解选择机制来提高标定的可靠性和准确性.相比已有最小解标定方法,所提方法通过观测数据的不确定性来衡量观测数据的重要性,提高了所选真解的置信度.

本文改进方法主要包括以下两个方面:(1)改进真解选择机制,利用棋盘格激光观测数据的不确定性计算观测数据似然度的权重,使用加权融合后的似然度进行真解选择;(2)将棋盘格边界的直线特征和激光点的约束关系考虑到最优解选择的误差函数中,从而能选择更准确的解.

## 1 问题描述

二维激光雷达和摄像机坐标系变换如图1所示.图1中, $\{L\}$ 为激光雷达坐标系, $\{C\}$ 为摄像机坐标系, $\{W\}$ 为棋盘格坐标系.三维空间的点在摄像机坐标系的值为 $p^C$ ,在激光雷达坐标系的值为 $p^L$ ,在棋盘格坐标系的值为 $p^W$ , $p^L = R p^C + t$ , $R$ 和 $t$ 为摄像机坐标系和激光雷达坐标系之间的待标定参数, $\Phi_i$ 和 $\Delta_i$ 为通过棋盘格图像标定程序已获取的世界坐标系到摄像机坐标系的外参数, $p^C = \Phi_i p^W + \Delta_i$ .最小解标定方法的思路是利用摄像机标定所得的棋盘格平面 $\Pi_i$ 和激光点拟合直线 $L_i^L$ 构建三点透视问题(P3P问

题),从而计算激光雷达和摄像机之间的外参数  $\mathbf{R}$  和  $\mathbf{t}$  实现标定.其中  $i$  为棋盘格的观测次数,  $\Pi_i$  为第  $i$  个棋盘格所在平面,  $L_i^l$  为激光点在棋盘格上的拟合直线.

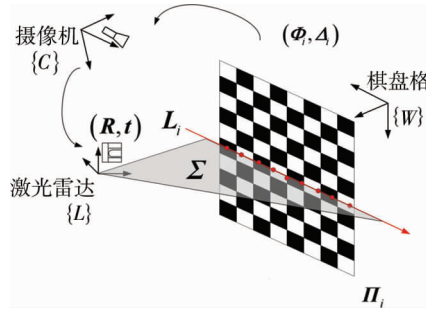


图1 二维激光雷达和摄像机坐标系变换

## 2 本文的标定方法

### 2.1 基于观测不确定性的似然度

现有标定方法在评价解的优劣过程中,通常没有考虑不同姿态棋盘格的观测数据在解优劣区分能力上的差异性,评价的准确性容易受噪声干扰.针对这一问题,本文利用似然度作为候选解为真实解可能性的概率评价指标,对多解集合的个体优劣进行评价从而选出最优解.通过提高确定性高的观测数据权重,抑制似然度分布多峰性,增强似然度置信度,从而使选择的最优解更可靠.具体步骤如下:

1) 在激光雷达测量噪声服从正态分布情况下,对于多解中的任一解  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ , 根据各个棋盘格上激光点的误差度量值计算该解的单个棋盘格似然度  $\pi_{j,i}$  并且对似然度归一化.

$$\pi_{j,i} = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta} \exp\left(-\frac{|\mathbf{d}_{j,i}|^2}{2\delta^2}\right); \quad (1)$$

$$\pi_{j,i} = \frac{\pi_{j,i}}{\sum_{i=1}^M \pi_{i,i}}. \quad (2)$$

式中:  $\pi_{j,i}$  为解  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$  在第  $i$  个棋盘格的似然度;  $j = 1, 2, \dots, M$  ( $M$  是解的个数);  $i = 1, 2, \dots, N$  ( $N$  是棋盘格的个数);  $\delta$  为似然度正态分布的标准差,本文设置为 30;  $\mathbf{d}_{j,i}$  为解  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$  在第  $i$  个棋盘格的激光点误差向量.

2) 利用似然度  $\pi_{j,i}$  在多解中的分布状态度量每个棋盘格的似然度不确定性.从信息不确定性和空间分布不确定性 2 个方面分析似然度的不确定性<sup>[17]</sup>.(1) 对信息不确定性而言,如果某个棋盘格上的似然度值集中在少数几个解上,即好解与差解之间的似然度差异较大,表明该棋盘格似然度的可区分能力好,那么该棋盘格数据的不确定性越小.(2) 对空间不确定性而言,如果某个棋盘格上具有似然度值高的解空间分布越集中,即解集合的似然度在空间分布上呈现单峰分布,表明该棋盘格的似然度越尖锐,那么该棋盘格数据的不确定性越小.

结合信息不确定性和空间分布不确定性,定义一种似然度的不确定性度量.为了避免过高和过低的不确定性,对不确定性度量  $\beta_i$  进行归一化处理.

$$\beta_i = O_i U_i; \quad (3)$$

$$O_i = -\sum_{j=1}^M \pi_{j,i} \log_2 \pi_{j,i}, \quad i = 1, 2, \dots, N; \quad (4)$$

$$U_i = \sum_{j=1}^M \pi_{j,i} \|\mathbf{R}_j - \hat{\mathbf{R}}_i\|_{\text{Fro}}^2, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (5)$$

式中:  $\beta_i$  为第  $i$  个棋盘格上似然度的不确定性度量;  $O_i$  为第  $i$  个棋盘格上似然度值的信息熵,表示似然度在解集合的个体分散程度,即信息不确定性,信息熵  $O_i$  越大,表示似然度分布越均匀,那么信息不确定性

越大,反之亦然; $U_i$ 为第*i*个棋盘格上似然度值的峰值尖锐度量, $U_i$ 越大,表示高概率的解越集中,反之亦然; $\hat{\mathbf{R}}_i$ 为在第*i*个棋盘格数据上具有最大似然度的旋转矩阵; $\|\cdot\|_{\text{Fro}}$ 为矩阵的 Frobenius 范数.

3)根据棋盘格的不确定性设置权重,对解的似然度进行乘性加权.通过加权后的联合似然度对解集合元素的优劣进行度量,选择联合似然度最大的解作为最优解.假设各个棋盘格的似然度是相互独立,在乘性加权融合框架下构建解 $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ 的联合似然度 $\pi_j$ .

$$\pi_j = \prod_{i=1}^N (\pi_{j,i})^{\beta_i^{-1}}. \quad (6)$$

在式(6)中,基于棋盘格似然度的不确定性度量 $\beta_i$ 给第*i*个棋盘格的似然度 $\pi_{j,i}$ 赋权重,如果某个棋盘格的不确定性小,则赋予一个较高的权重,反之,则赋予较小的权重.

综上,本文标定方法利用不确定性度量来调整各个棋盘格数据在联合似然度中的权重,抑制似然度之间冲突所引起的分布多峰性,从而增强联合似然度的置信度.

## 2.2 基于棋盘格点线约束的误差模型

已有的最小解标定方法只利用激光点到棋盘格平面的误差距离,只是在一个二维平面上进行了空间约束,将严重影响误差向量 $\mathbf{d}_{j,i}$ 的准确度.因此,本文提出基于点线约束的误差度量模型,利用棋盘格上的首末两个激光点的空间位置约束,构建更合理的误差度量.具体步骤包括“激光点-直线”的配对、点线约束的构建、基于点线约束的误差度量3个子过程.

对多解中的任一解 $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ ,配对棋盘格上的首末两个激光点和边界直线的关系,即搜寻两端激光点最邻近的棋盘格边界直线.首末两个激光点和边界直线的配对和约束关系如图2所示.在棋盘格坐标系中,棋盘格的4个顶点分别为 $\mathbf{q}_1 = [0, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{q}_2 = [c, 0, 0]^T$ ,  $\mathbf{q}_3 = [c, c, 0]^T$ ,  $\mathbf{q}_4 = [0, c, 0]^T$ ( $c$ 为正方形棋盘格的边长).那么棋盘格的4条边界直线表示为 $\mathbf{q}_k \mathbf{q}_{(k+1) \bmod 4}$ ( $k = 1, 2, 3, 4$ ),直线的方向向量为 $\mathbf{n}_k$ .棋盘格上的首末两个激光点称为两端激光点,在激光雷达坐标系下表示为 $\tilde{\mathbf{p}}_0^L$ 和 $\tilde{\mathbf{p}}_1^L$ .在图2中, $\tilde{\mathbf{p}}_0^L$ 和 $\tilde{\mathbf{p}}_1^L$ 的配对直线分别为 $\mathbf{q}_1 \mathbf{q}_2$ 和 $\mathbf{q}_3 \mathbf{q}_4$ .

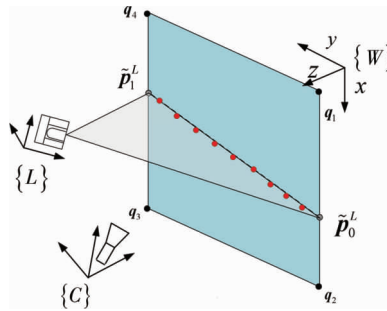


图2 首末两个激光点和边界直线的配对和约束关系

对于第*i*个棋盘格的首末两个激光点,它们在第*i*个棋盘格坐标系下的坐标为 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W$ 和 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W$ ,如式(7)所示.

$$\tilde{\mathbf{p}}_{i,j}^W = \Phi_i^T \mathbf{R}^T \tilde{\mathbf{p}}_{i,j}^L - \Phi_i^T \Delta_i - \Phi_i^T \mathbf{R}^T \mathbf{t}, \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad j = 0, 1. \quad (7)$$

对于多解中的任一解 $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ ,根据两端激光点 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W$ 和 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W$ 到4条边界直线的距离值来进行“激光点-直线”配对,即选择与两端激光点距离最小的边界直线作为配对结果,如式(8)所示.

$$\operatorname{argmin}_{\substack{m_i, v_i \in \{1, 2, 3, 4\} \\ m_i \neq v_i}} (|\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W - \mathbf{q}_{i,m_i}| |\mathbf{n}_{i,m_i}| / |\mathbf{n}_{i,m_i}|) + (|\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W - \mathbf{q}_{i,v_i}| |\mathbf{n}_{i,v_i}| / |\mathbf{n}_{i,v_i}|). \quad (8)$$

式中: $\mathbf{n}_{i,k}$ 为第*i*个棋盘格的4条边界直线的方向向量,4个顶点可表示为 $\mathbf{q}_{i,k}$ ( $k = 1, 2, 3, 4; i = 1, 2, \dots, N$ ); $m_i$ 为激光点 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W$ 配对的边界直线序号; $v_i$ 为激光点 $\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W$ 配对的边界直线序号.

根据“激光点-直线”配对的结果,构建点线约束关系.

$$\left\{ (\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W, \mathbf{q}_{i,m_i} \mathbf{q}_{i,(m_i+1) \bmod 4}) \cup (\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W, \mathbf{q}_{i,v_i} \mathbf{q}_{i,(v_i+1) \bmod 4}) \right\}; \quad (9)$$

$$|\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W - \mathbf{q}_{i,m_i}| + |\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W - \mathbf{q}_{i,(m_i+1) \bmod 4}| = c; \quad (10)$$

$$|\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W - \mathbf{q}_{i,v_i}| + |\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W - \mathbf{q}_{i,(v_i+1) \bmod 4}| = c. \quad (11)$$

最后,对任一解  $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ , 利用点线约束式(10)和式(11), 计算在第  $i$  个棋盘格的误差向量  $\tilde{\mathbf{d}}_i$  如式(12)所示, 并将误差向量  $\tilde{\mathbf{d}}_i$  代入到式(1)中作为该解在第  $i$  个棋盘格的观测误差向量  $\mathbf{d}_{j,i}$ , 获取每个解的似然度  $\pi_{j,i}$ .

$$\tilde{\mathbf{d}}_i = \begin{bmatrix} |\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W - \mathbf{q}_{i,m_i}| + |\tilde{\mathbf{p}}_{i,0}^W - \mathbf{q}_{i,(m_i+1) \bmod 4}| - c \\ |\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W - \mathbf{q}_{i,v_i}| + |\tilde{\mathbf{p}}_{i,1}^W - \mathbf{q}_{i,(v_i+1) \bmod 4}| - c \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 1}. \quad (12)$$

本文提出的误差度量约束了激光点和棋盘方形区域之间的空间关系, 因此, 将能更准确地从多解中选取最优解.

### 2.3 改进后的方法

综合上述对最小解标定方法的真解选择机制的改进, 本文在 Francisco<sup>[5]</sup> 标定方法的基础上, 提出一种改进的2D激光雷达和摄像机标定方法. 具体的算法步骤如下: 首先, 使用文献[5]的最小解算法求解旋转矩阵和平移向量, 获取多解集合  $\mathbf{D}$ ; 然后, 利用两端激光点到棋盘格边界直线的约束关系, 计算解集合元素在每个棋盘格上的误差度量; 最后, 根据棋盘格观测数据的不确定性自适应调节棋盘格在联合似然度中的权重, 使加权融合后的似然度进行最优解选择. 算法伪代码见表1.

表1 本文提出的标定算法程序

输入: 棋盘格平面 $\Pi_i$ 和棋盘格上激光点拟合的直线 $L_i^l, i=1, 2, \dots, N$ .
输出: 旋转矩阵 $\mathbf{R}$ 和平移向量 $\mathbf{t}$ .
1. 任选3个观测数据的组合集 $\mathbf{K} = \{k_1, \dots, k_d\}$ ( $d = C_N^3$ ), 其中 $k_i \in \mathbb{Z}^3$ 表示从 $\{1, 2, \dots, N\}$ 的 $N$ 个数中选取3个数的一种可能组合, $\mathbf{K}$ 表示所有的可能组合.
2. 设置解集合 $\mathbf{D}$ 为空集 $\emptyset$ .
3. For $t = 1, \dots, d$ do
4. 选择 $k_t$ 对应的3个棋盘格平面 $\Pi_{k_{t,1}}, \Pi_{k_{t,2}}$ 和 $\Pi_{k_{t,3}}$ 以及对应的扫描直线 $L_{k_{t,1}}^l, L_{k_{t,2}}^l$ 和 $L_{k_{t,3}}^l$ , 使用文献[5]中的算法计算一组最小解 $(\mathbf{R}_t^{(u)}, \mathbf{t}_t^{(u)})$ , $m < 8$ .
5. 将当前这组解合并到解集合 $\mathbf{D} = \mathbf{D} \cup (\mathbf{R}_t^{(u)}, \mathbf{t}_t^{(u)})$ .
6. End for
7. 根据式(8)确定解集合 $\mathbf{D}$ 中每个解的“激光点-直线”配对组合, 并利用式(10)和式(11)构建点线约束关系.
8. 根据式(12)计算每个解在单个棋盘格上的误差度量 $\mathbf{d}_{j,i}$ , 并代入式(1)获取每个解的单个棋盘格似然度 $\pi_{j,i}$ .
9. 根据式(3)度量单个棋盘格的似然度不确定性 $\beta_i$ .
10. 根据式(1)和式(6), 利用不确定性计算联合似然度, 选择联合似然度 $\pi_j$ 最大的解 $(\mathbf{R}_j, \mathbf{t}_j)$ 作为最优解.

## 3 试验结果与分析

### 3.1 仿真试验

基于传感器的物理模型构建仿真数据, 将本文方法和文献[4]提出的 Zhang 方法、文献[5]提出的 Francisco 方法进行比较. 假设摄像机为针孔模型, 激光雷达的角度分辨率为  $0.25^\circ$ . 棋盘格摆放在激光雷达前方半径为  $3 \sim 6$  m 的区域, 激光雷达的仿真测量数据加上零均值高斯噪声. 计算标定后的旋转矩阵  $\mathbf{R}$  和平移向量  $\mathbf{t}$  与真实值  $\mathbf{R}_r$  和  $\mathbf{t}_r$  之间的差值, 对不同算法的标定结果误差进行分析.

$$e_R = \frac{180}{\pi} 2 \arcsin \left( \frac{\|\mathbf{R} - \mathbf{R}_r\|_{\text{Fro}}}{2\sqrt{2}} \right); \quad (13)$$

$$e_t = t - t_r \tag{14}$$

式中： $e_R$  为标定值  $R$  和真实值  $R_r$  之间的角度误差； $e_t$  为标定值  $t$  和真实值  $t_r$  之间的欧式距离误差。

仿真试验利用有效解概率作为指标来对比不同算法的性能.本文设定标定结果和真实值之间的旋转矩阵角度误差小于  $8^\circ$  并且平移向量误差小于 80 cm 时,标定结果为有效解,否则为无效解.有效解概率是所有仿真试验个数中标定结果为有效解的试验个数比例.

1) 棋盘格输入个数设定为 3~8 个,在不同棋盘格输入个数下对算法的有效解概率进行对比.激光数据加上方差为 20 mm 的高斯噪声,不同棋盘格输入个数下均独立进行 100 次试验.3 种方法的有效解概率对比结果如图 3 所示.由图 3a 可知:在不同棋盘格输入个数下,本文方法的有效解概率都有明显提升,与 Francisco 方法和 Zhang 方法相比,有效解概率分别提高了 2%~20% 和 30%~260%.

然后,激光数据加上不同水平的高斯噪声,设定噪声方差为 5~30 mm,对比不同噪声水平下算法的有效解概率.设定棋盘格输入个数为 6,不同噪声水平下均独立进行 100 次试验.由图 3b 可知:不同噪声水平下,本文方法保持 90% 以上的有效解概率,当噪声水平最高为 30 mm 时,与 Francisco 方法和 Zhang 方法相比,本文方法的有效解概率分别提升 19% 和 150%,表现出了更强的抗噪声干扰能力.

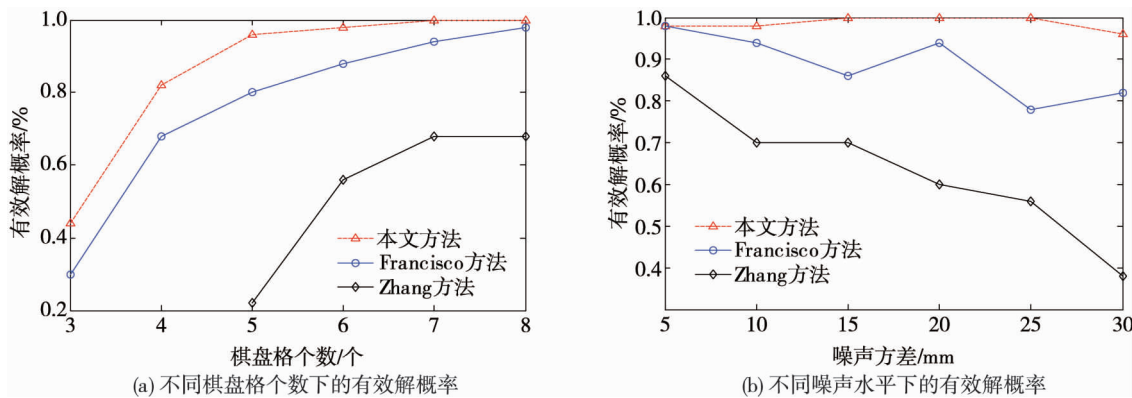


图 3 3 种方法的有效解概率对比结果

2) 将棋盘格输入个数设定为 3~8 个,根据误差均值和误差分布对比在不同棋盘格输入个数下算法的性能.激光数据加上方差为 20 mm 的高斯噪声,不同棋盘格输入个数下均独立进行 100 次试验.图 4 为误差均值比较结果.由图 4 可知:相比 Francisco 方法,本文方法的旋转矩阵精度提高了  $2^\circ \sim 42^\circ$ , 平移向量精度提高了 200~4 000 mm;相比 Zhang 方法,本文方法的旋转矩阵精度提高了  $10^\circ \sim 38^\circ$ , 平移向量精度提高了 300~4 200 mm.图 5 为误差分布比较结果.由图 5 可知:与其他 2 种方法相比,本文方法的误差分布稳定在一个较小的范围内,数值的稳定性更好,外参数的分布基本上都在有效解的范围内,为后面的非线性优化提供了很好的初始值,其他 2 种方法的标定结果出现较多的无效解,可靠性不如本文算法.

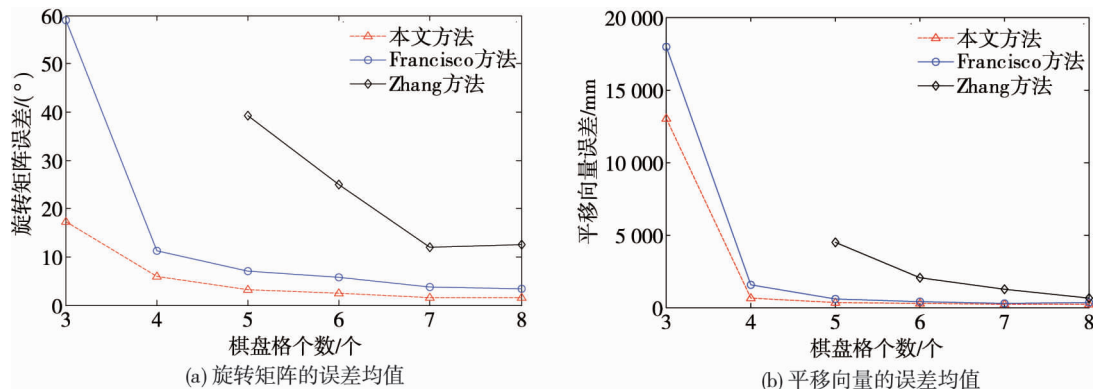


图 4 不同棋盘格输入个数下的误差均值

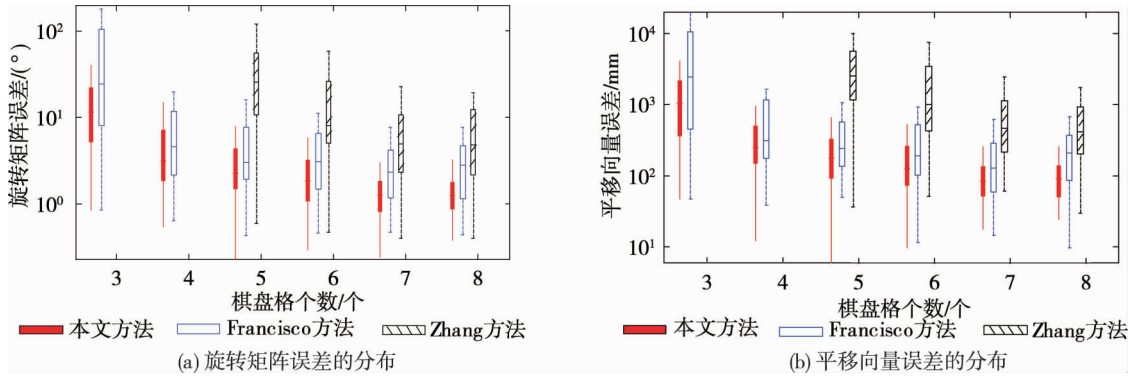


图 5 不同棋盘格输入个数下的误差分布

3) 激光数据加上不同水平的高斯噪声,设定噪声方差为 5~30 mm,根据误差均值和误差分布对比在不同噪声水平下算法的性能.设定棋盘格输入个数为 6 个,不同噪声水平下均独立进行 100 次试验.图 6 为误差均值结果.由图 6 可知:相比 Francisco 方法,本文方法的旋转矩阵精度提高了 1°~5°,平移向量精度提高了 100~400 mm;相比 Zhang 方法,本文方法的旋转矩阵精度提高了 3°~14°,平移向量精度提高了 300~1 400 mm.图 7 为误差分布结果.由图 7 可知:与其他方法相比,本文标定方法的精度保持较好的稳定性,波动性不大,即使在高噪声水平下,本文标定结果的误差较低,精度较高,具有较强的实用价值.

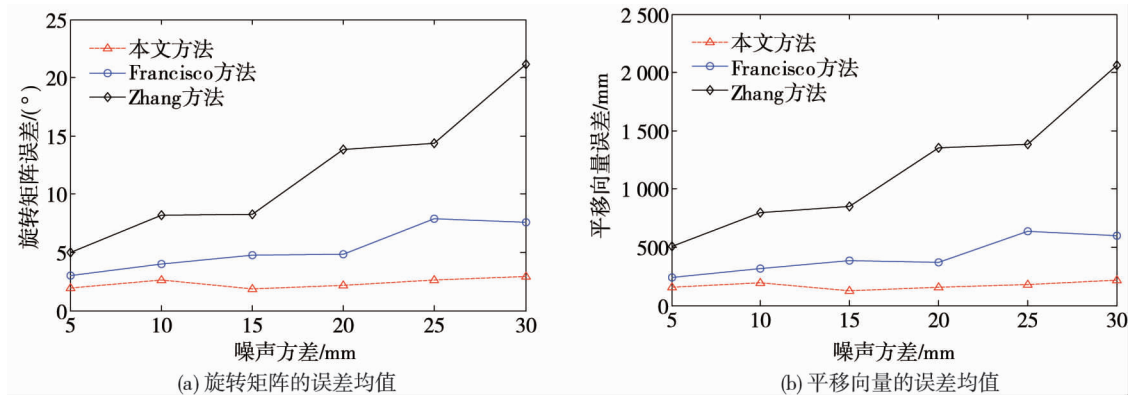


图 6 不同噪声水平下的误差均值

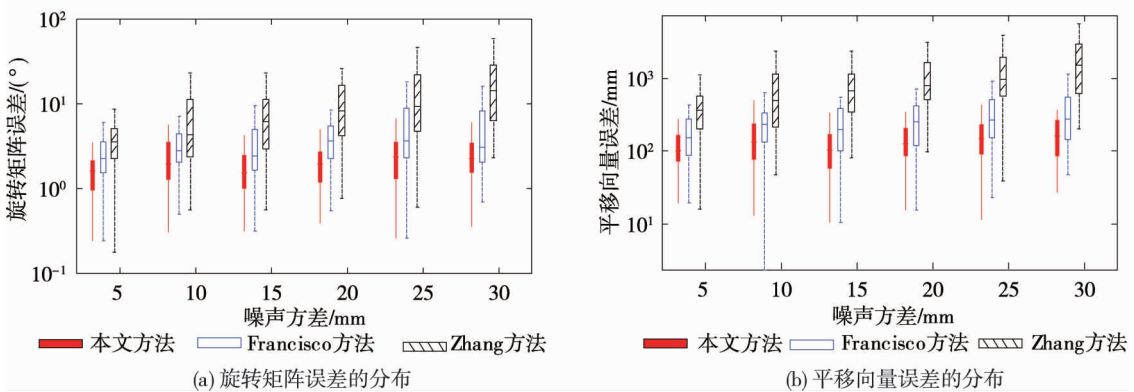
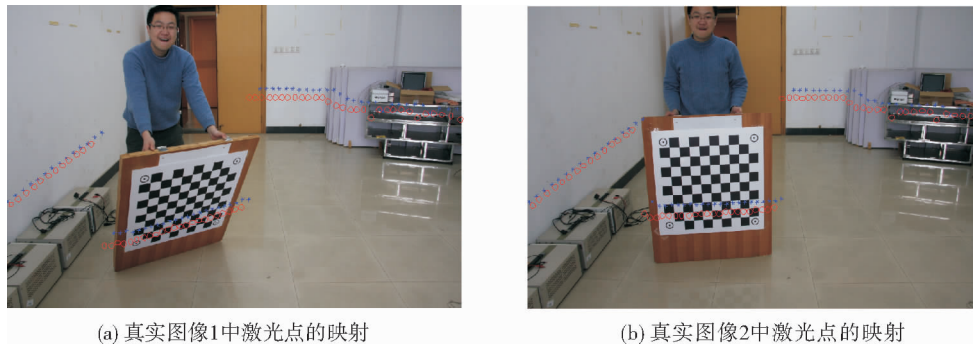


图 7 不同噪声水平下的误差分布

### 3.2 真实试验

试验采集图像使用 Canon EOS-850D 相机,采集激光数据使用 SICK LMS291 二维激光雷达.照相机的分辨率为 800×600 像素,激光雷达的角度分辨率为 0.5°,可测量半径 80 m 的前方 180°范围.利用 4 个棋盘格的激光和图像输入数据进行标定.通过将激光数据映射到图像,比较本文方法和 Francisco 方法的标定结果,激光点在图像上投影的结果如图 8 所示.由图 8 可知:2 种方法标定结果的差别较小,但是本文方法

在棋盘格上的映射点更多一些,这也间接显示本文方法更具有合理性.



(a) 真实图像1中激光点的映射

(b) 真实图像2中激光点的映射

O 为本文方法的结果; \* 为 Francisco 方法的结果

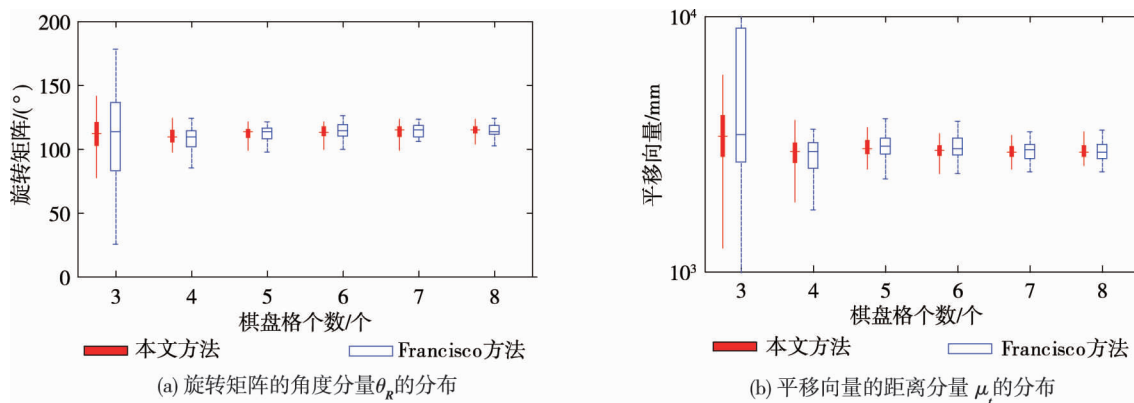
图8 激光点在图像上投影的结果

上面的真实试验只是从直观上定性分析了本文算法的性能,为了更精确地验证本文算法在真实试验中的效果,利用外参数标定的分布状态进行分析.棋盘格输入个数设定3~8个,不同棋盘格输入个数下均独立进行50次试验.利用 $\theta_R$ 和 $\mu_t$ 这2个指标对真实试验中算法标定结果进行定量分析.

$$\begin{cases} \theta_R = \frac{180}{\pi} \arccos\left(\frac{\text{trace}(\mathbf{R}) - 1}{2}\right); \\ \mu_t = t. \end{cases} \quad (15)$$

式中: $\theta_R$ 为旋转矩阵的角度分量; $\mu_t$ 为平移向量的距离分量.

真实试验外参数的标定结果如图9所示.由图9可知:相比 Francisco 方法,本文方法的旋转矩阵和平移向量都分布在一个更小的范围内,与真实值会更接近,并且很少出现脱离真实值很远的奇异值,具有更好的稳定性.



(a) 旋转矩阵的角度分量 $\theta_R$ 的分布

(b) 平移向量的距离分量 $\mu_t$ 的分布

图9 真实试验外参数标定结果

## 4 结论

1) 提出一种2D激光雷达和摄像机标定方法,基于激光数据的不确定性和点线约束构建多解的评价机制,从而更准确地选取最优解.相比于 Francisco 方法和 Zhang 方法,本文方法有效解的概率显著提高.

2) 针对误差度量模型的多模问题和测量数据的不确定性问题,本文利用联合似然度对多解的优劣进行评价,提高了置信度.

3) 未来工作考虑通过改进标定物设计,引入更合理的几何约束,获取外部标定参数的唯一解析解,避免多解问题.



## 参考文献:

- [1] Wu F, He B, Zhang L, et al. Vision-and-Lidar Based Real-time Outdoor Localization for Unmanned Ground Vehicles without GPS[C]//2018 IEEE International Conference on Information and Automation (ICIA). IEEE, 2018:232-237.
- [2] Gao H, Bo C, Wang J, et al. Object Classification using CNN-Based Fusion of Vision and LIDAR in Autonomous Vehicle Environment[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2018, 14(9): 4224-4231.
- [3] Zhou L. Fusing laser point cloud and visual image at data level using a new reconstruction algorithm[C]//IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV). IEEE, 2013: 1356-1361.
- [4] Zhang Q L, Pless R. Extrinsic calibration of a camera and laser range finder (improves camera calibration)[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Sendai, Japan; IEEE, 2004: 2301-2306.
- [5] Vasconcelos F, Barreto J P, Nunes U. A Minimal Solution for the Extrinsic Calibration of a Camera and a Laser-Range-finder[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2012, 34(11): 2097-2107.
- [6] 胡钊政,赵斌,李娜,等.基于虚拟三面体的摄像机与二维激光测距仪外参数最小解标定新算法[J].自动化学报,2015, 41(11):1951-1960.
- [7] 彭梦,蔡自兴.基于多约束误差函数的2维激光雷达和摄像机标定方法[J].机器人,2014,36(6):662-667.
- [8] Hoang V D, Hernández D C, Jo K H. Simple and Efficient Method for Calibration of a Camera and 2D Laser Rangefinder[C]//2014 Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems. Bangkok, Thailand; Springer, 2014: 561-570.
- [9] Sungdae S, Juil S, Kiho K. Indirect Correspondence-Based Robust Extrinsic Calibration of LiDAR and Camera[J]. Sensors, 2016, 16(6): 1-19.
- [10] Dong W, Isler V. A Novel Method for the Extrinsic Calibration of a 2D Laser Rangefinder and a Camera[J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(10):4200-4211.
- [11] Itami F, Yamazaki T. A Simple Calibration Procedure for a 2D LiDAR With Respect to a Camera[J]. IEEE Sensors Journal, 2019, 19(17):7553-7564.
- [12] Fan J, Huang Y, Shan J, et al. Extrinsic Calibration between a Camera and a 2D Laser Rangefinder using a Photogrammetric Control Field[J]. Sensors, 2019, 19(9):2030-2052.
- [13] Chen Z, Yang X, Zhang C, et al. Extrinsic calibration of a laser range finder and a camera based on the automatic detection of line feature[C]// International Congress on Image and Signal Processing. Datong, China; IEEE, 2016: 448-453.
- [14] Zhou L, Deng Z. A new algorithm for the establishing data association between a camera and a 2-D LIDAR[J]. Tsinghua Science and Technology, 2014, 19(3): 314-322.
- [15] Gomez-Ojeda R, Briaies J, Fernandez-Moral E, et al. Extrinsic calibration of a 2d laser-rangefinder and a camera based on scene corners[C]//2015 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). Seattle, WA, USA, 2015: 3611-3616.
- [16] Hu Z, Li Y, Li N, et al. Extrinsic Calibration of 2-D Laser Rangefinder and Camera From Single Shot Based on Minimal Solution[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016,65(4):915-929.
- [17] 顾鑫,王海涛,汪凌峰,等.基于不确定性度量的多特征融合跟踪[J].自动化学报,2011,37(5):550-559.