

郭杰华, 资锋, 段九龄, 等. 天然电场选频法的正演及在水库渗漏探测中的应用[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2023, 38(2): 27-34. doi: 10.13582/j.cnki.1672-9102.2023.02.004

GUO J H, ZI F, DUAN J L, et al. Forward Modeling for Frequency Selection Method of Telluric Current and Its Application to Reservoir Leakage Detection[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2023, 38(2): 27-34. doi: 10.13582/j.cnki.1672-9102.2023.02.004

# 天然电场选频法的正演及在水库渗漏探测中的应用

郭杰华<sup>1\*</sup>, 资锋<sup>2</sup>, 段九龄<sup>1</sup>, 冯建新<sup>3</sup>, 张正发<sup>2,4</sup>

(1. 湖南省自然资源调查所, 湖南长沙 417000; 2. 湖南科技大学地球科学与空间信息工程学院, 湖南湘潭 411201;  
3. 湖南工程职业技术学院工程管理学院, 湖南长沙 410151; 4. 深圳市勘察研究院有限公司, 广东深圳 518026)

**摘要:**对天然电场选频法剖面曲线开展正演模拟计算和实践应用工作, 研究天然电场选频法剖面曲线的形成原因与实践应用的有效性. 首先, 采用矩形剖分、双线性插值函数对均匀半空间中的低阻异常体和高阻异常体模型开展有限单元法正演计算, 分析地表沿测线方向上的二次电场分量随探测频率和异常体埋藏深度的变化规律; 其次, 将天然电场选频法应用于福建省南安市大湖水库的渗漏探测中, 分析实测曲线与正演计算曲线之间的相似性. 研究结果表明: 现场实测曲线与理论曲线基本相似, 说明天然电场选频法剖面异常主要是天然电磁场的二次电场分量所导致; 同时, 天然电场选频法是探测浅层低阻体的有效方法之一.

**关键词:** 渗漏; 天然电场选频法; 有限单元法; 工程地质; 水库

**中图分类号:** P641.7 **文献标志码:** A **文章编号:** 1672-9102(2023)02-0027-08

## Forward Modeling for Frequency Selection Method of Telluric Current and Its Application to Reservoir Leakage Detection

GUO Jiehua<sup>1</sup>, ZI Feng<sup>2</sup>, DUAN Jiuling<sup>1</sup>, FENG Jianxin<sup>3</sup>, ZHANG Zhengfa<sup>2,4</sup>

(1. Hunan Provincial Natural Resources Investigation Institute, Changsha 417000, China;

2. School of Earth Sciences and Spatial Information Engineering, Hunan University of Science and Technology, Xiangtan 411201, China;

3. Department of Project Management, Hunan Vocational College of Engineering, Changsha 410151, China;

4. Shenzhen Investigation & Research Institute Co., Ltd., Shenzhen 518026, China)

**Abstract:** The causes of the profile curve of frequency selection method (FSM) and its effectiveness of practical application are studied in this paper by forward simulation and practical application. Firstly, the rectangular subdivision and bilinear interpolation function are used to carry out the forward calculation of the finite element method (FEM) for the models of low resistivity anomaly and high resistivity anomaly in the uniform half space. In addition, the variation law of the secondary electric field component along the survey line with the frequency and the burial depth of the anomaly is analyzed. Secondly, the FSM is applied to the leakage detection of Dahu Reservoir in Nan'an City, Fujian Province, and the relationship between measured curves and the forward calculation curves is discussed. The research results show that the field measured curves are similar to the

收稿日期: 2022-06-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(41002022); 湖南省自然科学基金项目资助(2021G12)

\*通信作者, E-mail: guojiehua@163.com

theoretical curves, which shows that the anomaly of FSM is mainly caused by the secondary electric field component of natural electromagnetic field. At the same time, the borehole verification results show that FSM is one of the effective methods to detect shallow low resistivity bodies.

**Keywords:** leakage; frequency selection method; finite element method; engineering geology; reservoir

天然电场选频法简称选频法,属于一种被动源的电磁法勘探方法,是由音频大地电场法、音频大地电流法等天然电磁法发展而来<sup>[1-4]</sup>.选频法以天然大地电磁场和人文引起的地表电磁干扰为工作场源,以地下岩(矿)石之间的导电性差异为基础,通过观测和研究地面上几个不同频率的天然交变电磁场产生的电场水平分量的变化规律来研究地下地电断面的电性变化.自20世纪80年代中国学者提出至今,选频法已经在地下水资源勘探、地下水灾害勘查方面取得了显著效果,并逐渐在国内外得到推广应用<sup>[5-9]</sup>.

有限单元法是电磁法开展正演模拟研究的有效手段之一. COGGON<sup>[10]</sup>于20世纪70年代初就将有限元法应用于电磁场与激发极化场的正演模拟; RIJO<sup>[11]</sup>提出一种特殊的有限元算法求解总场,这是有限元法进入实用阶段的一个明显标志; UNSWORTH等<sup>[12]</sup>对频率域电流偶极源电磁场进行2.5维有限元法模拟,对2.5维问题的有限元法求解过程进行完整详细的介绍; KEY等<sup>[13]</sup>将非结构化网格自适应有限元法成功应用于二维大地电磁(MT)的研究中.国内学者在学习国外先进技术的同时,也开展了有限元法方面的研究工作.蔡军涛等<sup>[14]</sup>采用三角单元剖分的方法开展复电阻率二维有限元模拟;张继锋等<sup>[15]</sup>基于电场矢量波动方程的三维可控源电磁法(CSAMT)进行有限元法数值模拟,并得到比较理想的结果;丁茂斌等<sup>[16]</sup>对带地形高频大地电磁法有限元数值模拟进行研究;吴桂桔等<sup>[17]</sup>针对CSAMT开展三维正演数值模拟研究;冯建新等<sup>[18]</sup>研究隐伏地质构造的MT有限元正演;张林成等<sup>[19]</sup>探讨基于二次场的可控源电磁法三维有限元-无限元数值模拟;王少博等<sup>[20]</sup>对大地电磁三维矢量有限元正演中的误差进行分析,并提出其优化方法.大量研究表明:有限元法是开展电磁法正演模拟研究十分有效的手段之一.自选频法提出至今,中国学者主要针对其仪器研制和工程应用进行研究,但理论研究较少.杨杰等<sup>[21-23]</sup>对选频法开展游散电流场、大地电磁场和干扰场理论探讨.近年来,杨天春等<sup>[24]</sup>对该方法开展理论研究,并对天然电场选频法异常进行有限元法的探讨.相对于MT而言,由于选频法的勘探深度较小,实践应用中的勘探深度大多小于200 m,其场源受到地表人文因素的影响较多,因此,其理论研究值得进一步深入.

本文主要针对选频法的剖面异常曲线开展正演模拟,并将其应用于水库渗漏探测,从理论和实践应用两方面来说明方法的有效性,为水库大坝的渗漏探测工作提供一种可供选择的方法,并更好地指导今后的实践工作.

## 1 大地电磁法二维正演理论

任何电磁问题都满足 Maxwell 方程组,在天然电磁法所满足的条件下,假设场源是从高空无限远入射的均匀平面波,则其正演问题是一个似稳态电磁场问题.假定圆频率为 $\omega$ 、谐变因子为 $e^{i\omega t}$ ,则谐变电磁场的基本微分方程为

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k^2 \mathbf{E} = 0; \quad (1)$$

$$\nabla^2 \mathbf{H} + k^2 \mathbf{H} = 0. \quad (2)$$

式中: $\mathbf{E}$ 和 $\mathbf{H}$ 分别为电场强度、磁场强度; $k$ 为波数,在导电介质中忽略位移电流时, $k = \sqrt{-i\omega\mu\sigma}$ ( $\mu, \sigma$ 为介质的磁导率和电导率; $i$ 为虚数单位, $i^2 = -1$ ); $\nabla$ 为二维哈密顿算子.

根据有限单元法理论,可将 Maxwell 方程组分解为 TE 和 TM 这 2 种极化模式.经过变换可得一偏微分方程通式<sup>[25-26]</sup>如式(3)所示.

$$\nabla \cdot (\eta \nabla u) + \lambda u = 0. \quad (3)$$

式中:在 TE 极化模式下, $u = E_y, \eta = 1/(i\omega\mu), \lambda = -\sigma$ ;在 TM 模式下, $u = H_y, \eta = 1/\sigma, \lambda = -i\omega\mu$ .

选频法使用的频率一般为 10~2 000 Hz,可忽略位移电流的作用.为求解式(3),利用如下泛函<sup>[18]</sup>:

$$\delta F(u) = \int_{\Omega_2} \nabla \cdot (\eta_2 \nabla u_2 \delta u_2) d\Omega + \int_{\Omega_1} \nabla \cdot (\eta_1 \nabla u_1 \delta u_1) d\Omega \quad (4)$$

式中:  $\Omega_1, \Omega_2$  为计算区域;  $\eta_1, u_1$  和  $\eta_2, u_2$  分别为区域  $\Omega_1$  和  $\Omega_2$  所对应的变量。

二维模型边界如图 1 所示. 在 TM 极化模式下, 计算区域的上边界直接取地表  $BB'$ ; 在 TE 极化模式下, 计算区域的上边界取远离地表的  $AA'$ , 以便减小二次场的影响。

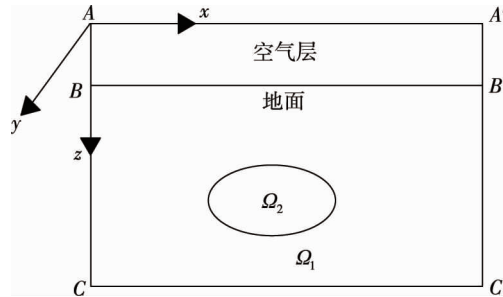


图 1 二维模型边界

TM 和 TE 这 2 种极化模式下的内外边界条件可归纳为

- 1) 上边界  $AA'$  (或  $BB'$ ), 取  $u = 1$ ;
- 2) 设下边界  $CC'$  离电性不均匀区足够远, 取  $\partial u / \partial n + ku = 0$ ;
- 3) 在左右边界  $AC, A'C'$  外, 其对电性不均匀区域的影响不大或无影响, 取  $\partial u / \partial n = 0$ ;
- 4) 在内部分界面上, TE 极化模式下取  $u_1 = u_2$ , TM 极化模式下取  $\eta_1 \partial u_1 / \partial n = \eta_2 \partial u_2 / \partial n$ .

所以, 采用有限单元法求解二维大地电磁正演模拟所对应的变分问题为

$$\begin{cases} F(u) = \int_{\Omega} \left[ \frac{1}{2} \eta (\nabla u)^2 - \frac{1}{2} \lambda u^2 \right] d\Omega + \int_{CC'} \frac{1}{2} \eta k u^2 d\Gamma; \\ u|_{AA'} = 1 \text{ 或 } u|_{BB'} = 1; \\ \delta F(u) = 0. \end{cases} \quad (5)$$

式中:  $\Omega$  为整个计算区域;  $\Gamma$  为计算区域的边界。

采用矩形单元对模型区域进行剖分, 选择单元的双线性插值函数进行计算, 将其先后进行单元分析、总体合成, 最终将总体刚度矩阵进行求解来获得场的分布. 式(5)中的区域积分分解为各单元  $e$  积分之和

$$F(u) = \int_e \frac{1}{2} \eta (\nabla u)^2 d\Omega - \int_e \frac{1}{2} \lambda u^2 d\Omega + \int_{CC'} \frac{1}{2} \eta k u^2 d\Gamma. \quad (6)$$

求解积分方程, 可得线性方程

$$\mathbf{K} \mathbf{U} = 0. \quad (7)$$

式中:  $\mathbf{K}$  为总体刚度矩阵;  $\mathbf{U}$  为总体变量矩阵。

对线性方程式(7)求解, 可分别得到 TE 和 TM 极化模式下各节点的  $u$  值, TE 极化模式下  $u = E_y$ , TM 极化模式下  $u = H_y$  ( $E_y, H_y$  为地表沿  $y$  方向的水平电场和磁场分量)。

在实际勘查中, 选频仪采集的是天然电场沿测线方向电位差, 由于测量电极距是固定的, 所以测得的值实际上与电场强度  $E_x$  等效, 也就相当于测量 TM 极化模式下的  $E_x$  值. 在 TM 极化模式下, 根据有限元数值模拟所得到的  $H_y$  转变为  $E_x$  值即可。

## 2 正演模拟与分析

### 2.1 均匀半空间中低阻和高阻体

均匀半空间中的异常体模型 1 如图 2 所示. 假设电阻率为  $\rho_1$  的均匀导电性介质中有电阻率为  $\rho_2$  的矩形异常体, 其宽度  $d_k$ , 高度  $d_g$  分别为 80 和 40 m, 其埋藏深度为  $h_0$ . 模拟计算时, 将计算区域横、纵向方向剖分为  $86 \times 50 = 4\ 300$  个网格, 网格单元长度  $d_x = 20$  m, 高度  $d_z = 20$  m。

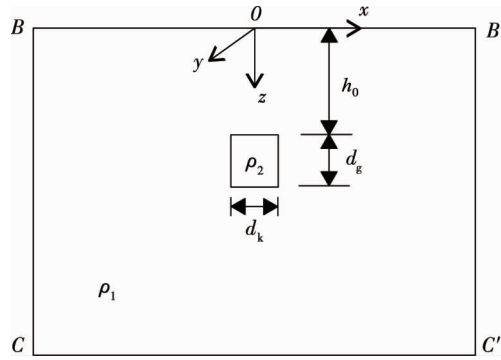


图2 均匀半空间中的异常体模型1

2.1.1 低阻异常体

假定  $\rho_1 = 1\ 000\ \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\rho_2 = 10\ \Omega \cdot \text{m}$ , 下面分别探讨 TM 极化模式时地表二次电场  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  和异常体埋藏深度  $h_0$  的变化.

1)  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  的变化

假定异常体的埋藏深度  $h_0 = 60\ \text{m}$ , 图3为频率  $f$  分别为 15.7, 23.6, 71.8, 129 和 213 Hz 时, 地表水平电场强度分量  $E_x$  的幅值  $|E_x|$  剖面曲线. 由图3可知: 在 TM 极化模式下,  $|E_x|$  剖面曲线是关于异常体的位置对称, 低阻异常体正上方总体表现为低值, 但在  $x = 0$  的位置又存在微弱的局部极小值; 低阻异常体正上方低电位异常的宽度大致与异常体的横向宽度相当, 在异常体左右两侧的边界附近  $E_x$  有极大值出现, 随着观测点逐渐远离异常体,  $|E_x|$  剖面曲线逐渐趋近于水平线, 趋于一固定值. 总体而言,  $|E_x|$  剖面曲线随着频率的升高而总体抬升, 电场背景值也增大. 随着频率的升高, 异常的相对大小也变大, 相对低阻异常更明显.

2)  $|E_x|$  剖面曲线随埋藏深度  $h_0$  的变化

假定探测的频率  $f = 129\ \text{Hz}$ , 图4为低阻异常体的埋藏深度  $h_0$  分别为 60, 80 和 100 m 时, 地表水平电场强度分量  $E_x$  的幅值  $|E_x|$  剖面曲线. 由图4可知: 异常相对大小随着异常体埋藏深度的增加而减小, 且异常的极小值随着埋藏深度的减小越来越明显; 当埋藏深度  $h_0 = 60\ \text{m}$  时,  $x = 0$  处曲线存在微弱的局部极大值, 而埋藏深度  $h_0$  为 80 和 100 m 时则未出现; 在远离异常体的地方, 3 条曲线均趋近于同一值, 即 3 条曲线重合.

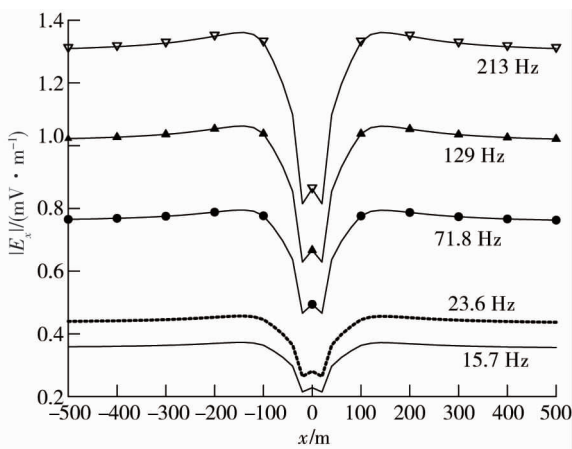


图3 低阻异常体上  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  的变化

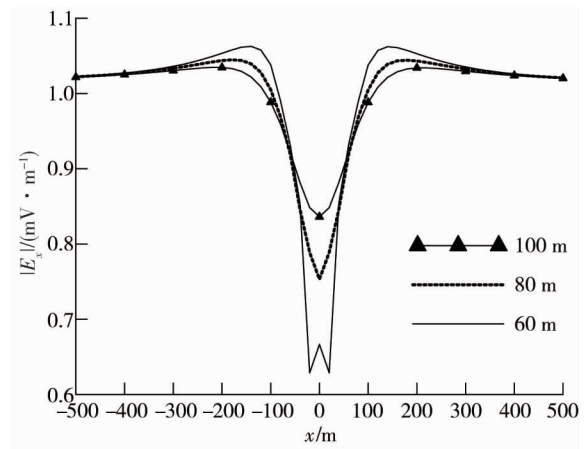


图4 低阻异常体上  $|E_x|$  剖面曲线随埋藏深度  $h_0$  的变化

3) 网格剖分对计算结果的影响

不同网格大小的结果对比如图5所示. 当低阻异常体的埋藏深度为 100 m 时, 固定上述地质模型的各项参数, 仅将网格单元长度  $d_x, d_y$  改为 10 m 重新计算, 即可获得图5中虚线所示的  $|E_x|$  剖面曲线. 图5中的

实线则为网格单元长度  $d_x, d_y$  为 20 m 时的计算结果. 根据 2 条剖面曲线的对比可知: 二者几乎相同, 它们之间的最大绝对误差约为  $0.005 \text{ mV} \cdot \text{m}^{-1}$ , 最大相对误差约为  $0.565\%$ , 该误差是完全可以忽略的, 同时也说明网格大小引起的误差较小, 网格的剖分方法是可靠的, 不会对计算结果产生大的影响.

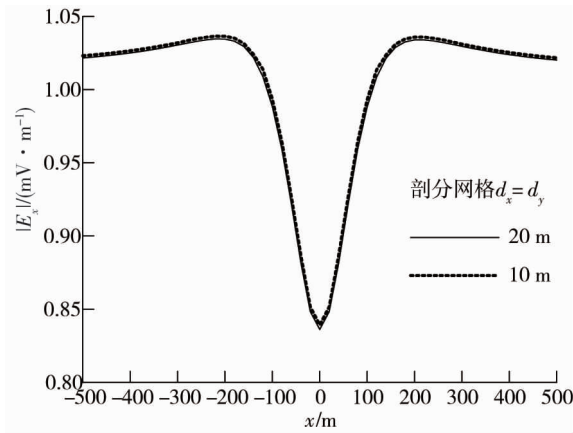


图 5 不同网格大小的结果对比

### 2.1.2 高阻异常体

假定  $\rho_1 = 10 \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\rho_2 = 1\,000 \Omega \cdot \text{m}$ , 下面再分别探讨存在相对高阻异常体时, TM 极化模式下地表二次电场  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  和异常体埋藏深度  $h_0$  的变化.

#### 1) $|E_x|$ 剖面曲线随频率 $f$ 的变化

假定高阻异常体的埋藏深度  $h_0 = 60 \text{ m}$ , 图 6 为频率  $f$  分别为 15.7, 23.6, 71.8, 129 和 213 Hz 时的  $|E_x|$  剖面曲线. 由图 6 可知:  $|E_x|$  剖面曲线随着频率的升高整体上升, 且相对异常大小略有增大; 高阻体上方有电场的相对局部高值异常, 且随着离异常体距离的增大, 曲线逐渐降低, 最终趋近于一固定值.

#### 2) $|E_x|$ 剖面曲线随埋藏深度 $h_0$ 的变化

假定探测的频率  $f = 129 \text{ Hz}$ , 图 7 为高阻体的顶部埋藏深度  $h_0$  变化时的  $|E_x|$  剖面曲线图. 由图 7 可知: 相对异常大小随着异常体埋藏深度的增大而减小, 由于探测频率不变, 其背景值不变, 即在远离异常体的地方 3 条曲线趋于重合.

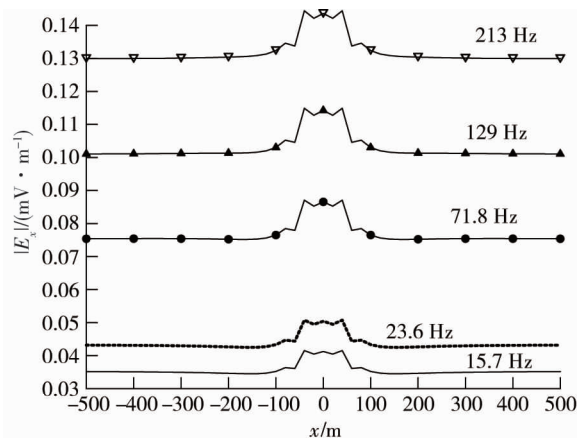


图 6 高阻异常体上  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  的变化

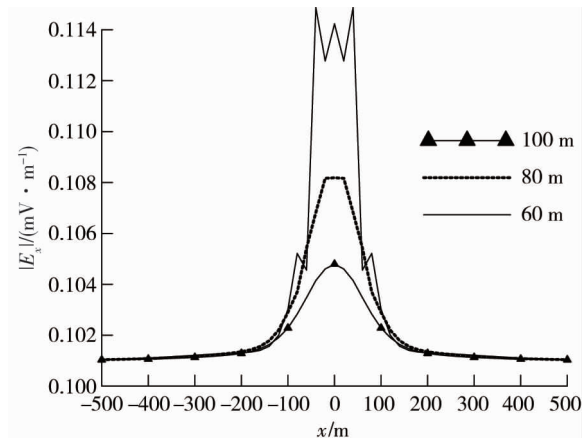


图 7 高阻异常体上  $|E_x|$  剖面曲线随埋藏深度  $h_0$  的变化

由图 6 和图 7 可知: 同地质条件下, 高阻体上方的相对异常大小比低阻体的异常要小很多 (图 3、图 4). 由此可以推断, 与探测高阻体相比, 选频法在探测地下低阻体可能更有利.

## 2.2 层状介质中低阻体和高阻体

层状介质中的异常体模型 2 如图 8 所示. 模型 2 的下层介质分别有一个相对低阻体和高阻体存在, 厚度  $h_1 = 40 \text{ m}$  的覆盖层的电阻率  $\rho_1 = 100 \Omega \cdot \text{m}$ , 下伏岩层电阻率  $\rho_2 = 200 \Omega \cdot \text{m}$ , 低阻体和高阻体的电阻率

$\rho_w, \rho_a$  与围岩电阻率  $\rho_2$  均为 10 倍关系, 即  $\rho_w = 20 \Omega \cdot \text{m}$ ,  $\rho_a = 2000 \Omega \cdot \text{m}$ . 假定两个异常体的大小相同,  $d_k, d_g$  分别为二维异常体的宽度和高度,  $d_k \times d_g = 80 \text{ m} \times 80 \text{ m}$ , 且它们的顶部埋藏深度  $h_0$  均为 160 m, 两异常体之间的间距  $\Delta x = 800 \text{ m}$ .

模拟计算中, 横向与纵向网格数分别为 86 和 50. 在 TM 模式下模拟计算时, 网格间距  $d_x, d_z$  均为 40 m. 计算频率为选频法实测中常用的 3 个频率, 即  $f$  为 25, 67 和 170 Hz.

图 9 为模型 2 的  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  的变化曲线. 由图 9 可知: 在低阻体和高阻体的正上方,  $|E_x|$  剖面曲线分别出现相对低电位和相对高电位异常;  $|E_x|$  剖面曲线整体随着频率的升高而向上抬升, 且其相对异常的大小随着频率的升高略有增大, 但增大幅度不太明显. 从该层状介质模型的模拟结果来看, 其低阻体和高阻体上  $|E_x|$  剖面曲线的异常特征与均匀介质的情况相同, 说明地质模型的复杂程度只是改变了异常的大小, 而异常的形态特征无根本变化.

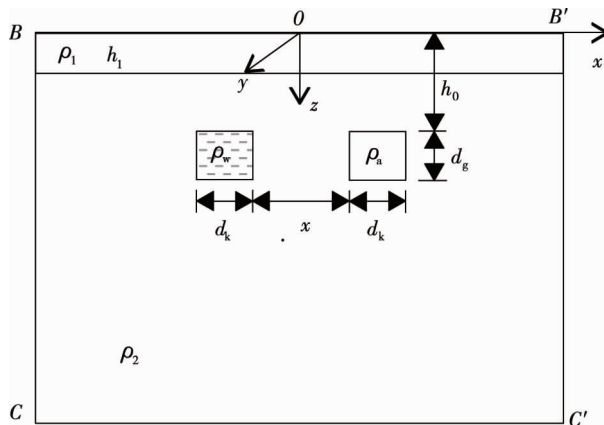


图 8 层状介质中的异常体模型 2

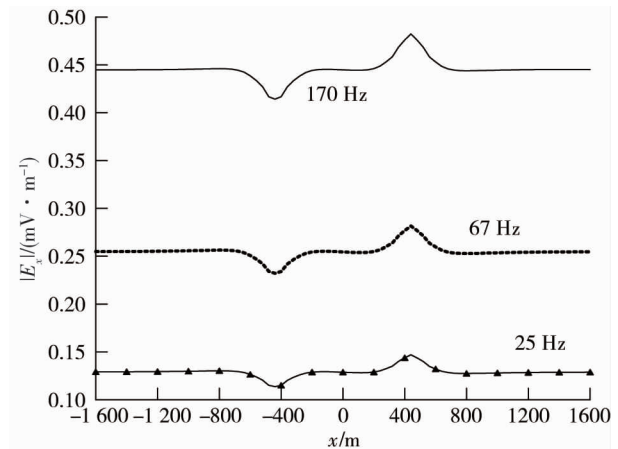


图 9 模型 2 的  $|E_x|$  剖面曲线随频率  $f$  的变化

### 3 水库大坝渗漏探测

水库大坝的安全隐患探测是水利工程中十分重要的一环, 国内外众多学者曾采用多种物探方法对水库大坝的完整性进行探测研究<sup>[27-30]</sup>. 大湖水库位于福建省南安市官桥镇黄山村, 即九十九溪的黄山溪支流上, 坝址位于黄山村、塔仔岭的山脚. 库区属于低山丘陵地貌, 坝址处河流由北西向南东流淌, 坝址处河谷呈狭窄的“U”字型.

#### 3.1 大坝工程地质概况

该水库大坝属于土石坝, 根据以往勘察资料可知坝体及坝基岩土体自上而下分别为(1)坝体填筑土呈砖红、红褐色, 局部为全风化石, 颗粒成分不均匀, 主要以粉黏粒为主, 局部以粗粒为主, 夹少量的碎块石;(2)全风化黑云母花岗岩呈黄褐色, 风化透彻, 原岩结构仅局部可以辨认, 原岩矿物已基本风化变异, 整体呈现粉质黏土性状;(3)强风化黑云母花岗岩呈浅黄褐色、灰白色, 节理裂隙发育, 节理裂隙面有铁锰质渲染, 岩石破碎, 岩芯呈碎块状为主;(4)中风化黑云母花岗岩呈灰色、灰黑色, 块状构造, 节理裂隙较发育, 局部裂隙面有铁锰质渲染, 岩质坚硬, 岩体较完整, 岩芯呈柱状, 局部为碎块状.

大坝附近的水文地质条件简单, 地下水主要由大气降水及水库水补给. 根据含水层性质和地下水埋藏条件, 本区的地下水含水层可分为孔隙性潜水和裂隙性潜水, 孔隙性潜水主要分布于第四系的松散的堆积层中, 常形成丰富的孔隙水, 接受水库水及大气降水的补给; 裂隙性潜水分布于断裂破碎带及基岩裂隙中, 弱富水性, 主要受孔隙性潜水及水库水的补给, 透水性随深度的增加而减弱.

#### 3.2 探测成果分析及验证

由于该大坝坝体存在管涌渗水现象(图 10), 为查明坝体内管涌渗水的位置, 选用选频法进行勘探. 所采用的仪器为 MFE 型天然电场选频仪, 测量电极距  $MN$  为 20 m, 测点距 2 m.

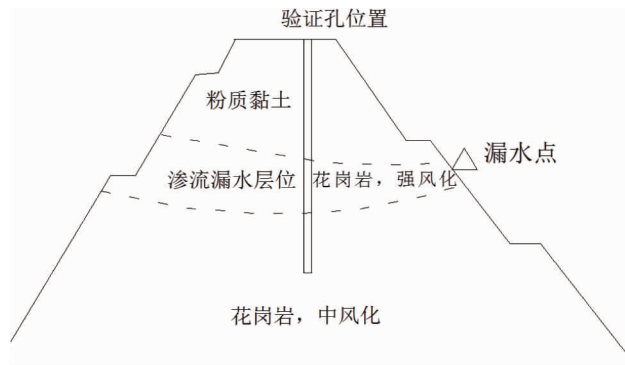


图 10 水库大坝管涌断面

图 11 为大湖水库大坝上的选频法探测结果,测线方向顺着大坝的延伸方向,位于坝顶边缘,纵坐标  $\Delta V$  表示实测的电位差.由图 11 可知:在该测线 9~17 m 处存在明显的相对低电位异常,5 个频率的探测结果均出现明显的低值区;随着频率的升高,电位差剖面曲线总体呈现抬升的现象,但各频率曲线之间偶尔出现交叉现象,这可能是实际工作中天然源的复杂性所导致.由此推测,该大坝的渗漏区域主要位于该测线 9~17 m 区段.

为验证选频法的探测结果,后期在该测线 12 m 处进行打钻验证.图 12 为钻孔验证柱状图,钻孔深度 13.6 m.由图 12 可知:钻孔 0~8.9 m 为粉质黏土;钻孔 8.9~12.7 m 为碎散成砂的花岗岩,孔隙裂隙极发育,含水性高,存在明显的渗水现象;钻孔 12.7~13.6 m 为中风化柱状花岗岩.由此说明,在埋深 12 m 左右,介质孔裂隙极发育,而上层粉质黏土与下伏中风化柱状花岗岩的透水性较差,埋深 8.9~12.7 m 为堤坝渗流通道的大致范围.钻孔结果验证了选频法探测结果的准确性,说明选频法在探测水库大坝管涌方面是非常有效的.

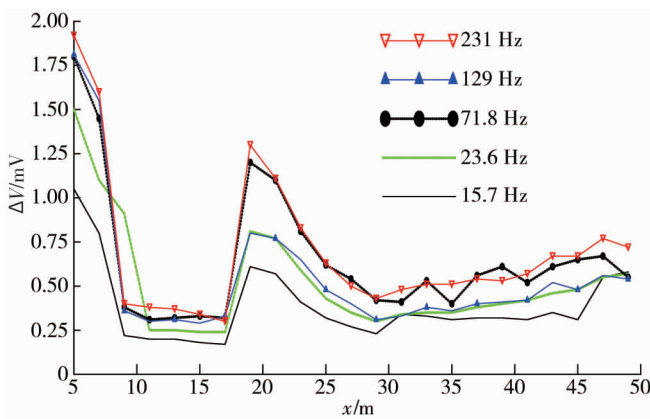


图 11 大湖水库大坝的选频法探测结果

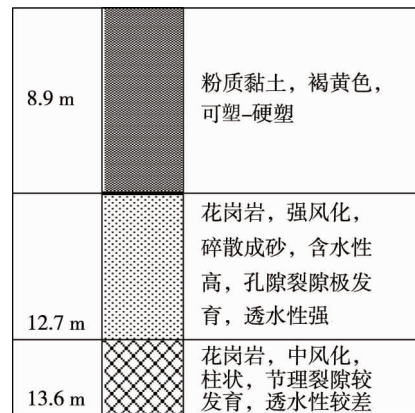


图 12 钻孔验证柱状图

## 4 结论

1) 在 TM 极化模式下,地表水平二次电场分量对低阻异常体的反应较明显,而高阻体的异常则相对较弱,这说明用电场分量确定地下低阻体的存在是可行的.

2) 依据选频法的剖面探测成果,可以准确确定大坝渗水通道的位置,为后期大坝渗漏治理提供科学依据.

3) 选频法剖面异常的主要原因是地下导电性异常体在天然电磁场的作用下发生电磁感应现象所导致,在今后水库渗漏等相对低阻异常体的探测方面,选频法是值得推广的一种方法.

### 参考文献:

[1] K.康達士,秦馨菱.地球物理探矿研究中的新发展:大地电流[J].地球物理学报,1956(2):93-119.

- [2] 杨天春,夏代林,王齐仁,等.天然电场选频法理论研究与应用[M].长沙:中南大学出版社,2017.
- [3] YANG B, ZHANG A Q, ZHANG S, et al. Three-dimensional audio-frequency magnetotelluric imaging of Akebasitao granitic intrusions in Western Junggar, NW China [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2016, 135: 288–296.
- [4] EVERETT M E. Theoretical developments in electromagnetic induction geophysics with selected applications in the near surface [J]. *Surveys in Geophysics*, 2012, 33(1): 29–63.
- [5] 韩荣波,吴木林.天然电场选频法在工程地质中的应用[J].*工程勘察*,1985(3):76–79.
- [6] 张剑,李坤,黄采伦,等.地下磁流体探测系统及其应用[J].*计算技术与自动化*,2010,29(2):119–122.
- [7] 陈朝玉,黄文辉,陈国勇.模拟地下磁流体探测原理及其应用研究[J].*湖南科技大学学报(自然科学版)*,2011,26(1):9–14.
- [8] 杨天春,陈卓超,梁竞,等.天然电场选频测深法在地下水勘探中的异常理论分析与实践应用[J].*地学前缘*,2020,27(4):302–310.
- [9] 杨天春,王丹齐,张叶鹏,等.生产矿山岩溶灾害勘查中的综合物探应用研究[J].*地球物理学进展*,2020,36(3):1145–1153.
- [10] COGGON J H. Electromagnetic and electrical modeling by the finite element method [J]. *Geophysics*, 1971, 36(1): 132–155.
- [11] RIJO L. Modeling of electric and electromagnetic data [D]. Salt Lake City: The University of Utah, 1977.
- [12] UNSWORTH M J, TRAVIS B J, CHAVE A D. Electromagnetic induction by a finite electric dipole source over a 2-D earth [J]. *Geophysics*, 1993, 58(2): 198–214.
- [13] KEY K, WEISS C. Adaptive finite-element modeling using unstructured grids: The 2D magnetotelluric example [J]. *Geophysics*, 2006, 71(6): 291–299.
- [14] 蔡军涛,阮百尧,赵国泽,等.复电阻率法二维有限元数值模拟[J].*地球物理学报*,2007(6):1869–1876.
- [15] 张继锋,汤井田,喻言,等.基于电场矢量波动方程的三维可控源电磁法有限单元法数值模拟[J].*地球物理学报*,2009,52(12):3132–3141.
- [16] 丁茂斌,汤井田,林家勇,等.带地形高频大地电磁法有限元数值模拟[J].*地球物理学进展*,2010,25(3):911–917.
- [17] 吴桂桔,胡祥云,刘慧.CSAMT 三维正演数值模拟研究进展[J].*地球物理学进展*,2010,25(5):1795–1801.
- [18] 冯建新,杨天春,王燕龙,等.隐伏地质构造的大地电磁有限单元法正演模拟[J].*地球物理学进展*,2012,27(1):137–144.
- [19] 张林成,汤井田,任政勇,等.基于二次场的可控源电磁法三维有限元-无限元数值模拟[J].*地球物理学报*,2017,60(9):3655–3666.
- [20] 王少博,李桐林,苏晓波.大地电磁三维矢量有限元正演误差分析及其优化[J].*地球物理学进展*,2017,32(2):516–521.
- [21] 杨杰.游散电流法在岩溶地区的试验成果及理论研究[J].*物探与化探*,1982(1):41–54.
- [22] 林君琴,雷长声,董启山.天然低频电场法[J].*长春地质学院学报*,1983(2):114–126.
- [23] 鲍光淑,李大庆,张友山,等.干扰电场仪的研究[J].*中国有色金属学报*,1994(4):9–13.
- [24] 杨天春,张辉.利用天然电场选频法研究断层接触带[J].*湖南科技大学学报(自然科学版)*,2013,28(4):32–37.
- [25] 冯建新.隐伏地质构造的大地电磁数值模拟与分析[D].湘潭:湖南科技大学,2012.
- [26] 徐世浙.地球物理中的有限单元法[M].北京:科学出版社,1994.
- [27] BATAYNEH A T. Resistivity imaging for near-surface resistive dyke using two-dimensional DC resistivity techniques [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2001, 48(1): 25–32.
- [28] 杨天春,付国红.堤坝管涌隐患的电磁勘探法理论分析[J].*人民黄河*,2011,33(10):14–17.
- [29] OKPOLI C, TIJANI R. Electromagnetic profiling of Owena Dam, Southwestern Nigeria, using very-low-frequency radio fields [J]. *Materials and Geoenvironment*, 2016, 63(4): 237–250.
- [30] WANG J, LIU J P, LIU H, et al. Modeling and locating underground water pipe leak with microseismic data [J]. *Journal of Applied Geophysics*, 2017, 136: 1–8.