

邓鹏, 陈小宇, 吴波. 一种改进的 AHP 判断矩阵一致性调整方法[J]. 湖南科技大学学报(自然科学版), 2024, 39(3): 102–108. doi:10.13582/j.cnki.1672–9102.2024.03.013

DENG P, CHEN X Y, WU B. An Improved Consistency Adjustment Method of Judgment Matrix for AHP [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology ( Natural Science Edition ), 2024, 39(3): 102–108. doi:10.13582/j.cnki.1672–9102.2024.03.013

# 一种改进的 AHP 判断矩阵一致性调整方法

邓鹏\*, 陈小宇, 吴波

(国防科技大学 信息通信学院, 湖北 武汉 430030)

**摘要:** 针对层次分析法中原始判断矩阵一致性较差的问题, 分析现有矩阵一致性调整方法. 考虑判断矩阵中导致一致性较差的误差由来不同, 在几何平均一致性调整方法基础上, 提出一种基于误差识别的矩阵一致性调整方法. 在不同矩阵阶次和不同偶然误差数量情况下对改进的调整方法进行仿真, 仿真结果验证了方法能有效识别专家偶然误差并快速地将判断矩阵调整至满足一致性比率要求.

**关键词:** 层次分析法(AHP); 判断矩阵; 一致性调整; 误差识别

中图分类号: O223

文献标志码: A

文章编号: 1672–9102(2024)03–0102–07

## An Improved Consistency Adjustment Method of Judgment Matrix for AHP

DENG Peng, CHEN Xiaoyu, WU Bo

(College of Information and Communication, National University of Defense Technology, Wuhan 430030, China)

**Abstract:** Aiming at the poor consistency of original judgment matrix in analytic hierarchy process, the existing matrix consistency adjustment methods are analyzed. Considering the different causes of errors leading to poor consistency in the judgment matrix, based on the consistency adjustment method with geometric average, a matrix consistency adjustment method based on error identification is proposed. The improved adjustment method is simulated for different matrix orders and different accidental errors. Simulation results show that the method can effectively identify the expert accidental error and quickly adjust the judgment matrix to meet the requirements of consistency ratio.

**Keywords:** analytic hierarchy process(AHP); judgment matrix; consistency adjustment; error identification

层次分析法(Analytic Hierarchy Process, AHP)提出至今已有近半个世纪, 目前被广泛应用于决策分析<sup>[1–3]</sup>、体系评价<sup>[4–6]</sup>以及试验评估<sup>[7–9]</sup>等领域. AHP 在实际应用中, 采用专家评分法给出评分数据, 并构造判断矩阵. 在理想情况下, 判断矩阵应具有完全一致性, 根据一致判断矩阵即可求得理想情况下的权重指标. 但由于评分标度的非连续性以及专家评分的偶然误差等原因, 所构造的判断矩阵往往不具有较好的一致性.

收稿日期: 2022–05–31

基金项目: 陕西省自然科学基金资助项目(2019JQ–716)

\* 通信作者, E-mail: dp2003@qq.com

针对 AHP 中判断矩阵一致性较差的问题,目前已有许多学者进行了研究,提出了大量的一致性调整方法.文献[10]采用几何平均值的方法导出完全一致矩阵,以几何比例调和方式对原判断矩阵进行一致性调整;文献[11]以原判断矩阵最大特征向量导出完全一致矩阵,并按修正比例与原矩阵进行 Hadamard 乘积实现一致性调整;文献[12]将一致性调整问题转化为优化问题,根据不同的优化目标构造了4个优化模型,采用搜索算法对优化问题进行求解;文献[13]采用构造扰动偏差矩阵的方式修正原矩阵一致性.这些矩阵一致性调整方法都是在保证满足一致性比率的前提下,尽可能多地保留原始数据成分,即保留专家意愿,有较好的可执行性和可信度.但这些算法未考虑专家评分的偶然性误差与评分标度误差的区别,或将误差平均化,或追求少量调整而忽略了普遍误差.本文基于现有的研究基础,采用误差识别的改进方法,区分误差大小的不同对判断矩阵的一致性进行调整,并用随机仿真和实际算例对方法的有效性进行验证.

## 1 判断矩阵一致性调整典型方法

为方便表示,文中记  $\Omega = \{1, 2, \dots, n\}$ . AHP 通过专家评分的方式来确定试验评估、决策分析等研究中的指标权重.专家对不同评价指标  $\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$  进行两两比较,记  $x_i$  相对于  $x_j$  的重要性程度为  $a_{ij}$ , 反之则为  $a_{ji}$ , 且  $a_{ij} = 1/a_{ji}$ . 通常,  $a_{ij}$  的取值采用 Saaty 的 1~9 比例标度集合,即取值范围为集合  $\{1, 2, \dots, 9\}$  及其倒数.所有的重要性程度可构成正互反判断矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ , 该矩阵满足性质:(1)  $a_{ij} > 0$ ; (2)  $a_{ij} = 1/a_{ji}$ ; (3)  $a_{ii} = 1$ . 若判断矩阵  $A$  有且仅有一个非零特征根,则  $A$  为完全一致矩阵,其非零特征根  $\lambda$  对应的特征向量进行归一化处理后记为  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ , 此时,  $w$  即为评价指标的归一化权重.但在实际应用中,由于评分标度的非连续性,以及专家评分过程中可能会出现的人为偶然误差等原因,导致判断矩阵总会存在不一致性.通常以一致性比率 CR 来判断矩阵的一致性程度<sup>[14]</sup>.一般地,当  $CR > 0.1$  时,认为矩阵不满足一致性要求,需要进行调整;当  $CR \leq 0.1$  时,认为判断矩阵近似完全一致矩阵,其最大特征值对应的特征向量可认为是较为准确的指标权重.

现有的判断矩阵一致性调整方法主要思路:从原判断矩阵中提取出主要信息,并构造出一个完全一致矩阵或者是偏差矩阵,再将原判断矩阵往完全一致矩阵方向进行修正,从而降低一致性比率 CR.

以文献[10]中采用的典型几何平均法为例.对于正互反判断矩阵  $A$  中的元素  $a_{ij}$ , 若矩阵  $A$  为完全一致矩阵,则式(1)成立:

$$a_{ij} = a_{ik}a_{kj}, \quad \forall i, j, k \in \Omega \quad \text{且 } k \neq i, j. \quad (1)$$

即任一个元素与矩阵中的其他  $n - 2$  个元素都具有间接相关性.而当  $A$  不具有完全一致性时,式(1)不再成立,此时,可根据原判断矩阵  $A$  构造一个完全一致矩阵  $B = (b_{ij})_{n \times n}$ . 其中,

$$b_{ij} = \sqrt[n]{\prod_{k=1}^n a_{ik}a_{kj}}, \quad i, j \in \Omega. \quad (2)$$

经证明,  $B$  为依赖于  $A$  的完全一致矩阵.综合矩阵  $A$  和  $B$ , 得到修正矩阵  $P = (p_{ij})_{n \times n}$ .

$$p_{ij} = a_{ij}^{1-t} \cdot b_{ij}^t, \quad i, j \in \Omega, t \in [0, 1]. \quad (3)$$

式中:  $t$  为调和比例,调整  $t$  的取值大小可以改变矩阵  $P$  中  $A$  和  $B$  所占的比例成分.当  $t$  越大,矩阵  $B$  所占比例越大,修正矩阵  $P$  的一致性越好,但丢失的原始判断矩阵信息就越多.当  $t$  越小,矩阵  $A$  所占比例越大,修正矩阵  $P$  的一致性越差,但保留的原始判断矩阵信息越多.

类似地,文献[11]中也是构造一个完全一致矩阵  $B$  与原始矩阵  $A$  按比例组合.构造时取原判断矩阵  $A$  的最大特征根对应的特征向量  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ , 记为  $B = (b_{ij})_{n \times n}$ . 其中,

$$b_{ij} = \frac{w_i}{w_j}, \quad i, j \in \Omega. \quad (4)$$

此外,也有采用偏差矩阵的方式进行一致性调整,如文献[13]中,求得原判断矩阵  $A$  的最大特征值对应的特征向量  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$  后,若判断出不满足一致性比率,则令  $\varepsilon_{ij} = a_{ij}(w_j/w_i)$ , 确定  $p, q$  使得  $\varepsilon_{pq} = \max\{\varepsilon_{ij}\}$ , 令  $A' = \varepsilon_{ij}(w_i/w_j)$ , 其中,

$$\varepsilon_{ij} = \begin{cases} \theta \varepsilon_{pq} + (1 - \theta), & (i, j) = (p, q); \\ \frac{1}{\theta \varepsilon_{pq} + (1 - \theta)}, & (i, j) = (q, p); \\ \varepsilon_{ij}, & (i, j) \neq (p, q), (q, p). \end{cases} \quad (5)$$

$\theta$  为特征向量  $w$  与判断矩阵  $A$  各个列向量的夹角最小值,  $\varepsilon_{ij}$  构成的矩阵称为扰动偏差矩阵.该方法通过多次迭代计算,最终使得判断矩阵的一致性比率满足要求.

不难看出,典型的判断矩阵一致性调整方法都是在以满足一致性比率为目标的前提下,尽可能地保留原始专家信息,并使得调整幅度尽可能小.但这些方法很可能导致原始判断矩阵中的小误差被放大,而大误差被平均的后果,使得最终获得的指标权重偏离真实性.

## 2 判断矩阵一致性调整方法改进

在实际应用过程中发现,专家评分过程中主要区分 2 种情况导致判断矩阵的一致性较差.一种情况是由于评分标度的不连续性,如常采用的 1~9 标度,取值为集合  $\{1, 2, \dots, 9\}$  及其倒数.考虑大于 1 的情况,专家只能给予整数的重要性程度评分,而要满足一致性要求,即重要性程度的逻辑关系,势必会存在小数.例如在已给定的部分评分基础上,某个评分必须给予小数评分如 5.2 分才能满足一致性要求,此时专家只能给予近似整数为 5 分,从而导致了判断矩阵的不一致性,这一类误差是普遍存在的,但误差很微小.另外一种情况是专家评分过程中存在的偶然逻辑错误,例如在已给定的部分评分基础上,某个评分应当给予 5 分才满足一致性逻辑,但专家给予了 3 分或者 7 分,这一类误差属于人为偶然误差,是一种少量存在但影响却很大的误差.

针对因评分标度的不连续性引起的误差,可采用现有一致性调整方法进行调整.而针对专家评分的偶然误差,最有效的方法是找出可能存在偶然误差的评分项,给予较大调整意见并反馈专家进行确认.实践证明,通过对偶然误差的大幅调整和微小误差的算法自动调整可以有效且快速地调整原判断矩阵,使其满足一致性比率要求.

对于原始正互反判断矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ ,  $A$  满足完全一致性的充要条件表达为式(1),那么当  $a_{ij}$  存在偏差时,则式(1)不再成立,即  $a_{ij}$  与  $a_{ik} \times a_{kj}$  之间存在误差.  $a_{ij}$  的偏差越大,则  $a_{ij}$  与  $a_{ik} \times a_{kj}$  之间的差就越大.文献[10]证明了  $a_{ik} \times a_{kj}$  几何平均值构成的矩阵为依赖于原判断矩阵的完全一致矩阵,文献[15]证明了  $a'_{ij} = \sum_{k=1}^n a_{ik} / \sum_{k=1}^n a_{jk}$  构成的矩阵同样为依赖于原判断矩阵的完全一致矩阵.因此可以通过判断矩阵  $A$  与这些依赖于  $A$  构造的完全一致矩阵之间的误差来判断  $a_{ij}$  的误差是否属于人为偶然误差.以几何平均法为例,考虑  $a_{ij} > 1$  的情况,当误差绝对值大于 1 时,由于采用的是 1~9 标度,可认为误差超过了一个重要性档次,即认定为是人为偶然误差.

因此,本文在现有几何平均一致性调整方法的基础上,提出了区分误差的判断矩阵一致性调整方法,如图 1 所示.

方法具体步骤如下:

步骤一:根据专家评分构造正互反判断矩阵  $A = (a_{ij})_{n \times n}$ , 对  $A$  进行一致性检验,求解一致性比率:

$$CR = \frac{\lambda_{\max} - n}{(n - 1)RI}. \quad (6)$$

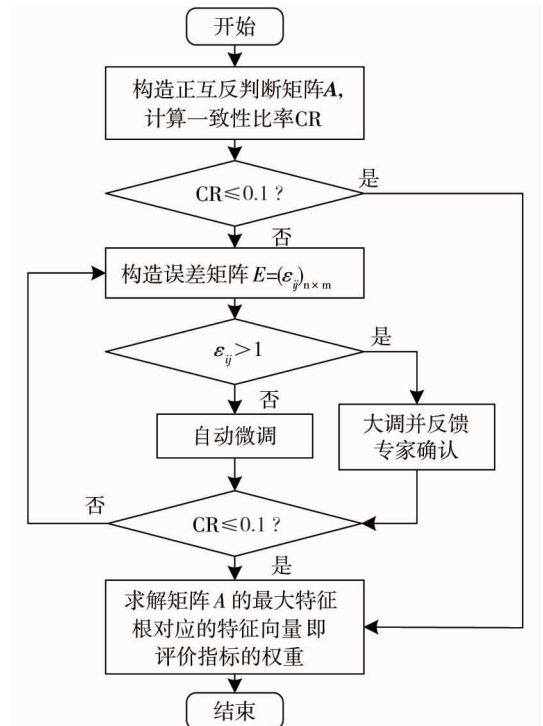


图1 区分误差的判断矩阵一致性调整方法原理

式中:  $\lambda_{\max}$  为  $A$  的最大特征值;RI 为 AHP 中的平均随机一致性指标,通常取值如表 1 所示.

表 1 平均随机一致性指标 RI

| 阶数 | 3    | 4    | 5    | 6    | 7    | 8    | 9    |
|----|------|------|------|------|------|------|------|
| RI | 0.52 | 0.89 | 1.12 | 1.26 | 1.36 | 1.41 | 1.46 |

若一致性比率  $CR \leq 0.1$ , 则满足一致性要求,转到步骤六,否则,转下一步.

步骤二:构造误差矩阵  $E = (\varepsilon_{ij})_{n \times n}$ , 其中,

$$\varepsilon_{ij} = a_{ij} - \sqrt{\sum_{k=1}^n a_{ik} a_{kj}}, \quad i, j \in \Omega. \quad (7)$$

步骤三:区分误差进行处理,先处理较大误差:

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + 1, & \varepsilon_{ij} < -1 \text{ \& } 9 > a_{ij} > 1, \\ a_{ij} - 1, & \varepsilon_{ij} > 1 \text{ \& } a_{ij} > 1, \end{cases} \quad i, j \in \Omega. \quad (8)$$

将上述认为超过一个重要性档次的调整意见反馈给专家确认.

步骤四:根据专家确认结果调整更新矩阵  $A$ , 若专家认为不宜调整的,按照与误差较小部分相同方式进行微调:

$$a'_{ij} = \begin{cases} a_{ij} + 0.1, & 0 > \varepsilon_{ij} > -1 \text{ \& } 9 > a_{ij} > 1, \\ a_{ij} - 0.1, & 0 < \varepsilon_{ij} < 1 \text{ \& } a_{ij} > 1, \\ 1/a_{ij}, & a_{ij} < 1, \end{cases} \quad i, j \in \Omega. \quad (9)$$

步骤五:将矩阵  $A' = (a'_{ij})_{n \times n}$  记为矩阵  $A$ , 并对其进行一致性检验,若一致性比率  $CR > 0.1$ , 转到步骤二,否则执行下一步.

步骤六:求解矩阵  $A$  的最大特征根  $\lambda_{\max}$  对应的特征向量,并进行归一化处理后记为  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ ,  $w$  即为所求评价指标的权重向量.

### 3 算例分析

首先通过仿真的方式检验算法对误差区分的有效性.随机生成一个 7 阶归一化权重向量  $w = [0.09, 0.07, 0.04, 0.29, 0.22, 0.18, 0.11]^T$ , 根据  $b_{ij} = w_i/w_j$  并将取值近似到 1~9 标度值,构造出近似完全一致矩阵  $B = (b_{ij})_{7 \times 7}$ :

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 1/4 & 1/3 & 1/3 & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1/3 \\ 3 & 4 & 7 & 1 & 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 1 & 1 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 5 & 1/2 & 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & 1/3 & 1/2 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}.$$

由于是近似到 1~9 标度值,因此矩阵  $B$  中已经存在微小误差.然后再随机制造几个较大的偶然误差,修改评分:  $b_{6,1} = 4, b_{5,6} = 4, b_{2,1} = 7, b_{4,6} = 5, b_{6,7} = 5$ , 及其对应的互反评分值.修改后的矩阵记为  $A$ :

$$A = \begin{pmatrix} 1 & \underline{1/7} & 2 & 1/3 & 1/2 & \underline{1/4} & 1 \\ \underline{7} & 1 & 2 & 1/4 & 1/3 & \underline{1/3} & 1/2 \\ 1/2 & 1/2 & 1 & 1/7 & 1/6 & 1/5 & 1/3 \\ 3 & 4 & 7 & 1 & 1 & \underline{5} & 3 \\ 2 & 3 & 6 & 1 & 1 & \underline{4} & 2 \\ \underline{4} & 3 & 5 & \underline{1/5} & \underline{1/4} & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 & 1/3 & 1/2 & \underline{1/5} & 1 \end{pmatrix}.$$

计算矩阵  $A$  的一致性比率  $CR = 0.17 > 0.1$ , 根据本文提出的方法求误差矩阵  $E$  得

$$E = \begin{pmatrix} 0 & -0.5 & 0.4 & 0.1 & 0.3 & -0.1 & 0.3 \\ 5.5 & 0 & -0.4 & -0.0 & -0.0 & -0.2 & -0.5 \\ -0.1 & 0.1 & 0 & 0.0 & 0.0 & -0.0 & -0.1 \\ 2.2 & 0.5 & 1.5 & 0 & 0.2 & 3.2 & 0.7 \\ -2.2 & 0.2 & -0.9 & 0.2 & 0 & 2.5 & -0.9 \\ 1.1 & 1.0 & 0.3 & -0.4 & -0.4 & 0 & 5.0 \\ -0.4 & 1.0 & 0.7 & 0.1 & 0.2 & -0.3 & 0 \end{pmatrix}.$$

对比误差矩阵  $E$  和矩阵  $A$ , 可发现误差矩阵中误差值绝对值大于 1 的部分完全覆盖了所制造的较大偶然误差, 说明识别到了所有的偶然误差. 按照本文提出的一致性调整方法进行一次调整后的一致性比率为  $CR = 0.09 < 0.1$ , 满足一致性要求.

同样的, 以 7 阶矩阵为例, 进行多次随机仿真. 随机生成一个 7 阶归一化权重向量  $w = [w_1, w_2, \dots, w_n]^T$ , 根据  $b_{ij} = w_i/w_j$  并将取值近似到 1~9 标度值, 构造出近似完全一致矩阵  $B = (b_{ij})_{7 \times 7}$ , 然后随机制造 5 个绝对值大于 1 的偶然误差构造矩阵  $A = (a_{ij})_{7 \times 7}$ , 并要求矩阵  $A$  的一致性比率  $CR > 0.1$ . 采用本方法对矩阵  $A$  的一致性进行调整, 仿真结果如表 2 所示, 其中, 误差识别率指构造的随机偶然误差在调整过程中被误差矩阵识别出来的比率, 调整次数指将一致性比率调整到满足要求所循环的步骤次数.

表 2 7 阶判断矩阵仿真结果

| 序号 | 误差识别率/% | 调整前 RI | 调整后 RI | 调整次数 |
|----|---------|--------|--------|------|
| 1  | 100     | 0.14   | 0.09   | 1    |
| 2  | 90      | 0.18   | 0.09   | 2    |
| 3  | 100     | 0.11   | 0.08   | 1    |
| 4  | 100     | 0.13   | 0.08   | 1    |
| 5  | 100     | 0.11   | 0.07   | 1    |
| 6  | 100     | 0.17   | 0.07   | 2    |
| 7  | 100     | 0.13   | 0.09   | 1    |
| 8  | 100     | 0.14   | 0.09   | 1    |
| 9  | 100     | 0.17   | 0.08   | 1    |
| 10 | 100     | 0.13   | 0.09   | 1    |

由表 2 仿真结果可知: 在矩阵为 7 阶, 偶然误差为 5 个时, 误差覆盖率基本在 90% 以上, 即本文提出的方法可区分出绝大部分大于 1 的偶然误差. 调整次数基本为 1 次或 2 次, 能快速地将一致性比率降为 0.1 以下.

为进一步验证算法的有效性, 对不同阶次, 不同偶然误差的情况进行了更多次的仿真, 同一阶次同一偶然误差数的仿真次数为 100 次, 同时以文献[10]的几何平均法为例, 仿真了平均调整次数以及调整后得到的权值向量与原始权值向量的相似度, 其中的相似度以两向量之间夹角的余弦值表示. 仿真结果如表 3 所示.

表 3 不同阶次和不同偶然误差数仿真结果

| 矩阵阶次 | 构造的偶然误差数 | 平均误差识别率/% | 平均调整次数 |       | 与原始权值向量的相似度 |       |
|------|----------|-----------|--------|-------|-------------|-------|
|      |          |           | 几何平均法  | 区分误差法 | 几何平均法       | 区分误差法 |
| 5    | 3        | 87.2      | 3.15   | 1.50  | 0.971       | 0.977 |
| 6    | 3        | 92.7      | 3.20   | 1.45  | 0.969       | 0.974 |
| 6    | 4        | 89.2      | 2.96   | 1.41  | 0.969       | 0.974 |
| 7    | 5        | 88.2      | 2.94   | 1.57  | 0.967       | 0.973 |
| 7    | 6        | 84.9      | 3.05   | 1.58  | 0.968       | 0.972 |
| 8    | 5        | 92.6      | 2.84   | 1.60  | 0.970       | 0.974 |
| 8    | 6        | 90.2      | 3.31   | 1.55  | 0.969       | 0.972 |

续表 3

| 矩阵阶次 | 构造的偶然误差数 | 平均误差识别率/% | 平均调整次数 |       | 与原始权值向量的相似度 |       |
|------|----------|-----------|--------|-------|-------------|-------|
|      |          |           | 几何平均法  | 区分误差法 | 几何平均法       | 区分误差法 |
| 8    | 7        | 88.2      | 2.65   | 2.01  | 0.968       | 0.974 |
| 9    | 5        | 96.5      | 3.46   | 1.58  | 0.964       | 0.969 |
| 9    | 6        | 95.1      | 3.09   | 1.51  | 0.969       | 0.971 |
| 9    | 7        | 91.2      | 2.70   | 1.84  | 0.966       | 0.970 |
| 10   | 5        | 96.3      | 3.19   | 1.53  | 0.966       | 0.967 |
| 10   | 6        | 95.1      | 2.89   | 1.73  | 0.966       | 0.968 |
| 10   | 7        | 92.1      | 2.79   | 1.85  | 0.963       | 0.969 |

从仿真结果可以看出:本文提出的方法对较大偶然误差的识别率基本达到 90% 以上,并且平均所需要的调整循环次数在 2 次以下,远低于几何平均法.同时,调整后的权值向量与原始向量的相似度得到了明显提高.证明本文所提出的一致性调整改进方法能有效区分原始判断矩阵中专家的较大偶然误差,并能快速将矩阵调整到满足一致性要求,并较好地保留专家原始意愿信息.

接下来,以文献[10]中的评价实例进行算例演示,原始正互反判断矩阵为

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 & 5 & 6 & 3 & 4 \\ 1/2 & 1 & 5 & 6 & 7 & 2 & 3 \\ 1/4 & 1/5 & 1 & 3 & 5 & 1/6 & 1/6 \\ 1/5 & 1/6 & 1/3 & 1 & 1 & 1/7 & 1/6 \\ 1/6 & 1/7 & 1/5 & 1 & 1 & 1/6 & 1/5 \\ 1/3 & 1/2 & 6 & 7 & 6 & 1 & 1/3 \\ 1/4 & 1/3 & 6 & 6 & 5 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

根据本文提出的改进一致性调整方法,第一步,求解出矩阵  $A$  的一致性比率  $CR = 0.11 > 0.1$ , 不符合一致性要求.

第二步,求解误差矩阵  $E$ :

$$E = \begin{pmatrix} 0 & 0.8 & -1.4 & -5.1 & -4.9 & 0.9 & 2.1 \\ -0.3 & 0 & 0.6 & -2.1 & -1.7 & 0.3 & 1.5 \\ 0.1 & 0.0 & 0 & 1.1 & 3.0 & -0.2 & -0.2 \\ 0.1 & 0.0 & 0.2 & 0 & 0.1 & 0.1 & 0.0 \\ 0.1 & 0.0 & -0.3 & 0.1 & 0 & 0.0 & 0.0 \\ -0.1 & -0.1 & 3.5 & 2.3 & 0.9 & 0 & -0.5 \\ -0.3 & -0.4 & 3.0 & 0.4 & -1.0 & 1.8 & 0 \end{pmatrix}.$$

第三步,按照式(8)将误差矩阵中误差绝对值大于 1 的误差对应的判断矩阵中的值进行调整,并请专家进行确认.

第四步,将专家确认后剩余的值按照式(9)进行调整,此处假设专家对第三步的调整均进行确认.调整后得到矩阵  $A'$ :

$$A' = \begin{pmatrix} 1 & 1.9 & 5 & 6 & 7 & 2.9 & 3 \\ 0.5 & 1 & 4.9 & 7 & 8 & 1.9 & 2 \\ 0.2 & 0.2 & 1 & 2 & 4 & 0.2 & 0.2 \\ 0.2 & 0.1 & 0.5 & 1 & 1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 1 & 1 & 0.2 & 0.2 \\ 0.3 & 0.5 & 5 & 6 & 5.9 & 1 & 0.5 \\ 0.3 & 0.5 & 5 & 5.9 & 6 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

第五步,将矩阵  $A'$  记为矩阵  $A$ , 并求一致性比率得  $CR = 0.05 < 0.1$ , 满足一致性要求.

第六步,求矩阵  $A$  最大特征根  $\lambda_{\max}$  对应的特征向量,并进行归一化处理得  $w = [0.32, 0.24, 0.05, 0.03, 0.03, 0.15, 0.18]^T$ , 即为评价指标的权重值。

本实例演示过程中,所构造的偶然误差被 100% 识别出来了,并且仅经过一次调整即满足了一致性比率要求。

## 4 结论

1) 区分专家评分中由评分标度非连续性导致的微小误差和专家人为原因导致的较大偶然误差对于 AHP 判断矩阵一致性调整是有效的,论文据此提出的区分误差的 AHP 判断矩阵一致性调整方法仿真结果表明,有效识别专家人为较大误差并区分误差进行判断矩阵调整可显著降低调整次数,同时较好地保留专家原始信息。

2) 论文的改进方法针对矩阵维度较低,且假设专家对调整意见总能一次性同意的情形是非常有效的。但对于矩阵维度较高,或专家表达出不同调整意见,可能会导致此方法的调整次数增加。故针对实际使用情形,需要更进一步的研究和验证。

## 参考文献:

- [1] JURÍK L, HORNÁKOVÁ N, ŠANTAVÁ E, et al. Application of AHP method for project selection in the context of sustainable development[J]. *Wireless Networks*, 2022, 28(2): 893-902.
- [2] ZENG H X, ZHANG Z Q, CHEN Y, et al. Research and application of TOPSIS based on AHP in storage mode[J]. *E3S Web of Conferences*, 2021, 252: 02033.
- [3] WAN J, CHEN J. AHP based relay selection strategy for energy harvesting wireless sensor networks[J]. *Future Generation Computer Systems*, 2022, 128: 36-44.
- [4] SANG K, FONTANA G L, PIOVAN S E. Assessing railway landscape by AHP process with GIS: a study of the Yunnan-Vietnam railway[J]. *Remote Sensing*, 2022, 14(3): 603.
- [5] KAYMAZ C K, BIRINCI S, KIZILKAN Y. Sustainable development goals assessment of Erzurum Province with SWOT-AHP analysis[J]. *Environment, Development and Sustainability*, 2022, 24(3): 2986-3012.
- [6] ZEHFOROOSH A, ZEHFOROOSH Y. Evaluation of a novel hook-shaped multiband monopole antenna based on the AHP method[J]. *IET Communications*, 2022, 16(3): 266-273.
- [7] NGUYEN T Q, NGO L T T, HUYNH N T, et al. Assessing port service quality: an application of the extension fuzzy AHP and importance-performance analysis[J]. *PLoS One*, 2022, 17(2): e0264590.
- [8] LYU H M, ZHOU W H, SHEN S L, et al. Inundation risk assessment of metro system using AHP and TFN-AHP in Shenzhen [J]. *Sustainable Cities and Society*, 2020, 56: 102103.
- [9] CHENG H P, XU W J, AI Q S, et al. Manufacturing capability assessment for human-robot collaborative disassembly based on multi-data fusion[J]. *Procedia Manufacturing*, 2017, 10: 26-36.
- [10] 江正华. AHP 中正互反判断矩阵一致性调整的新方法[J]. *南京大学学报(数学半年刊)*, 2013, 30(2): 224-237.
- [11] 李伟, 张明生, 陈德强. 基于 AHP 判断矩阵一致性调整的一种新方法[J]. *海南热带海洋学院学报*, 2019, 26(2): 67-72.
- [12] 吴诗辉, 刘晓东, 贾月岭, 等. 一种调整 AHP 不一致判断矩阵的优化方法[J]. *控制与决策*, 2016, 31(11): 2106-2112.
- [13] 焦克莹, 余敢华. AHP 中判断矩阵的一致性修正新方法[J]. *数学的实践与认识*, 2017, 47(23): 127-133.
- [14] 刘立家, 胡建旺, 孙慧贤. 层次分析法中判断矩阵的调整方法[J]. *兵器装备工程学报*, 2020, 41(2): 221-224.
- [15] 姜艳萍, 樊治平, 王欣荣. AHP 中判断矩阵一致性改进方法的研究[J]. *东北大学学报(自然科学版)*, 2001, 22(4): 468-470.