

李小波,汪翔,吴浩.基于 Box-Cox 变换与 Wiener 过程的产品剩余寿命预测方法[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2024,39(4):87-97.doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2024.04.011

LI X B, WANG X, WU H. Product Residual Life Prediction Method Based on Box-Cox Transformation and Wiener Process[J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2024, 39(4): 87-97. doi: 10.13582/j.cnki.1672-9102.2024.04.011

基于 Box-Cox 变换与 Wiener 过程的产品剩余寿命预测方法

李小波^{1*}, 汪翔², 吴浩²

(1. 上海工程技术大学 城市轨道交通学院, 上海 201620; 2. 上海地铁电子科技有限公司, 上海 200233)

摘要: 剩余寿命是产品故障预测和健康管理的关键因素之一. 针对目前剩余寿命预测研究未综合考虑产品退化进程存在的非线性、随机性和个体差异性问题, 提出 Box-Cox 变换与 Wiener 过程相结合的产品剩余寿命预测方法. 首先, 引入 Box-Cox 变换技术对非线性退化数据进行线性化处理, 在考虑个体产品退化进程存在差异性的基础上, 构建产品退化量与时间的随机过程模型; 其次, 根据同类型产品的退化监测数据, 利用期望最大化 (EM) 算法估计模型参数, 基于目标产品的退化数据, 利用贝叶斯滤波技术在线更新模型参数, 进而更新产品的剩余寿命分布; 最后, 以 NASA 电容数据集验证模型的准确性. 结果表明: 所提方法对产品剩余寿命的预测精度较现有模型有显著提高.

关键词: 剩余寿命预测; Box-Cox 变换; EM 算法; 贝叶斯滤波

中图分类号: TM407 文献标志码: A 文章编号: 1672-9102(2024)04-0087-11

Product Residual Life Prediction Method Based on Box-Cox Transformation and Wiener Process

LI Xiaobo¹, WANG Xiang², WU Hao²

(1. College of Urban Rail Transit, Shanghai University of Engineering Science, Shanghai 201620, China;

2. Shanghai Metro Electronic Technology Co., Ltd., Shanghai 200233, China)

Abstract: Residual life is one of the key factors in product failure prediction and health management. In view of the non-linearity, randomness and individual differences in the product degradation process that are not comprehensively considered in the current research on residual life prediction. A method of product residual life prediction is proposed based on Box-Cox transform and Wiener process. Firstly, Box-Cox transformation is introduced to linearize the nonlinear degraded data. A stochastic process model of product degradation quantity and time is established based on the difference of individual product degradation process. Secondly, according to the degradation monitoring data of the same type of products, the expectation maximization EM algorithm is used to estimate the model parameters. Based on the degradation data of the target product, the model parameters and the residual life distribution of the new product are updated online by Bayesian filtering technology. Finally, an example of NASA capacitors degradation data is used to verify the accuracy of the model. Results show that the

收稿日期: 2022-10-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (51907117)

* 通信作者, E-mail: 1xbsures@126.com

prediction accuracy of the model for the residual life is significantly improved, compared with the existing models.

Keywords: residual life prediction; Box-Cox transformation; expectation maximization algorithm; Bayesian filtering

产品的主要质量特性通常会随着使用时间的延长而下降,包括锂电池、航空发动机和轴承等^[1-3],当产品性能的下降超过一定程度时,产品就会失效.如果能够对产品关键特征的退化过程进行建模,就有可能预测产品的失效,避免损失.因此,基于产品退化信息的剩余寿命预测在健康管理中发挥着重要的作用.

目前,针对产品性能退化的建模主要分为机理模型的方法和数据驱动的方法^[4].基于机理模型的方法主要从产品内部的老化机理建立物理模型,在充分掌握产品失效机理的基础上,通过深入分析产品的失效机理建立性能退化模型.由于很多产品受外部环境的影响,其失效机理很难被掌握,因此,这种方法的适用范围较小.数据驱动的方法分为智能学习算法和统计回归模型,智能学习算法包括传统的机器学习模型^[5]和主流的深度学习网络^[6],这些算法的性能在很大程度上依赖于数据量,而实际情况中产品的退化数据往往不足.基于统计回归模型的方法利用数学模型来确定退化过程,进而给出精确的计算公式.常见的统计回归模型包括随机过程模型和马尔可夫链模型^[7],这类方法结合滤波技术利用新的数据更新模型^[8].基于统计回归模型的方法不依赖数据量却具有较强的预测精度,已被广泛应用于产品退化建模^[4].

Wiener 过程模型、Gamma 过程模型和逆高斯过程模型是退化建模常用的 3 种随机过程模型^[9].Gamma 过程模型和逆高斯过程模型适用于单调的退化过程,包括裂纹扩展^[10]和车轮磨损^[11]等,而 Wiener 过程模型适用于非单调的降解过程,包括陀螺仪精度漂移^[12]和锂电池容量衰减^[6]等.作为一种随机过程退化模型,Wiener 过程模型的简单性和良好的适用性使其成为产品退化建模的方法之一^[13].

目前,已有一些研究利用线性 Wiener 过程模型对产品的退化过程建模^[14-16],但产品的退化过程往往具有非线性特征,线性模型并不适用于对非线性退化特征的产品建模.对于非线性随机退化过程产品剩余寿命的研究,基本上都假设存在某些转换技术,包括对数变换^[17]和时间尺度变换^[18]等,将非线性特征的数据转换为近似线性的数据,再利用线性随机过程进行建模.对数变换和时间尺度变换的适用目标比较单一,变换函数的形式较为有限,限制了其在实际工程中的应用^[19].另外,基于非线性 Wiener 过程模型的产品退化量首次达到失效阈值的剩余寿命分布并没有精确的解析解^[20].考虑到线性模型的优点,本文提出 Box-Cox 变换(BCT)技术与 Wiener 过程模型相结合的退化产品剩余寿命预测方法.相比于对数变换和时间尺度变换等变换技术,Box-Cox 变换技术的优点在于可以使变换后的回归模型满足线性、齐方差性、独立性及正态性,同时 Box-Cox 变换后的函数形式更具有一般性^[19].本文同时考虑产品个体的差异性和退化的随机性,利用 Box-Cox 变换技术构建线性 Wiener 过程模型,通过期望最大化(EM)算法估计模型参数,并结合贝叶斯定理在线更新模型.最后,通过 NASA 电容数据集验证所提方法的有效性.

1 方法介绍

1.1 Box-Cox 变换技术

Box-Cox 变换是一种参数化的变换技术,可以有效提高观测的可加性、正态性及同方差性^[21].其一般形式为

$$x(v) = \begin{cases} \frac{x^v - 1}{v}, & v \neq 0; \\ \ln x, & v = 0. \end{cases} \quad (1)$$

式中: x 为退化量; v 为变换参数.

不失一般性,假设产品的退化指标可由式(2)的线性模型表示:

$$\begin{cases} x_r(v) = \beta_0 + \beta_1 c_{r1} + \beta_2 c_{r2} + \cdots + \beta_m c_{rm} + \varepsilon_r; \\ \varepsilon_r = N(0, \varphi^2), \quad r = 1, 2, \cdots, n. \end{cases} \quad (2)$$

式中: $x_r(v)$ 为变换后产品的第 r 个退化量, $1 < r < n$; m 为自变量的个数; $c_{r1}, c_{r2}, \dots, c_{rm}$ 为自变量; $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m$ 为回归系数; ε_r 为随机误差, 服从期望为 0、方差为 φ^2 的正态分布. 为了方便表达, 令 $C_r = (1, c_{r1}, \dots, c_{rm})$, $\mathbf{C} = [C_1, C_2, \dots, C_n]^T$, $\boldsymbol{\beta} = [\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_m]^T$.

Box-Cox 变换的主要目的是对变换参数 v 进行推理. 本文采用极大似然法求解最优变换参数 v . 根据线性模型的性质, $x(v)$ 的概率密度函数可表示为

$$f[x(v)] = \frac{\exp\left\{-\frac{1}{2\varphi^2}[x(v) - \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}]^T[x(v) - \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}]\right\}}{(2\pi\varphi^2)^{n/2}}. \quad (3)$$

利用极大似然估计法建立对数似然函数:

$$L = -\frac{n}{2}\ln(2\pi) - \frac{n}{2}\ln\varphi^2 - \frac{[x(v) - \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}]^T[x(v) - \mathbf{C}\boldsymbol{\beta}]}{2\varphi^2} + (v-1)\sum_{r=1}^n \ln x_r. \quad (4)$$

分别对 $\boldsymbol{\beta}$ 和 φ^2 求偏导, 并令其导数为 0, 得到:

$$\begin{cases} \hat{\boldsymbol{\beta}}(v) = (\mathbf{C}^T \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^T x(v); \\ \hat{\varphi}^2(v) = \frac{[x(v) - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\beta}}]^T[x(v) - \mathbf{C}\hat{\boldsymbol{\beta}}]}{n}. \end{cases} \quad (5)$$

进一步推导可得

$$L(v) = \frac{n}{2} - [\ln(2\pi) + 1] - \frac{n}{2} \lg[\hat{\varphi}^2(v)] + (v-1) \sum_{r=1}^n \lg x_r. \quad (6)$$

再次利用极大化对数似然函数求解变换参数 v .

1.2 线性度与相关性分析

为了评价 Box-Cox 的变换性能, 参考杨保奎等^[19]提出的方法, 采用线性度和 Pearson 相关系数分别描述变换性能. 线性度表示数据拟合直线的程度, 线性度越小, 则线性拟合的效果越好. 对于退化数据, 可用线性模型拟合:

$$F = Kt + e. \quad (7)$$

式中: F 为线性回归拟合函数; K 和 e 为拟合函数系数; t 为时间.

数据的线性度可表示为

$$\delta = \frac{|(x - F)|_{\max}}{x_{\max} - x_{\min}} \times 100\%. \quad (8)$$

Pearson 相关系数在统计学中用来描述 2 个变量之间的相互关系和密切程度. 本文采用 Pearson 相关系数描述原始数据和 Box-Cox 变换后数据的线性相关性, 对于产品的退化量 x 与时间 t 的相关系数为

$$r_{x,t} = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(t_i - \bar{t})}{n\sqrt{\text{Var}(x)\text{Var}(t)}}. \quad (9)$$

式中: $r_{x,t}$ 为 Pearson 相关系数, 表征产品退化量和时间的相关程度; $\text{Var}()$ 为方差. $r_{x,t}$ 的取值与相关程度的关系如表 1 所示.

表 1 $r_{x,t}$ 的取值与相关程度的关系

相关系数的取值	0~0.19	0.20~0.39	0.40~0.59	0.60~0.79	0.80~1.00
相关程度	极弱相关	弱相关	中等相关	强相关	极强相关

2 Wiener 过程建模

2.1 模型描述

线性 Wiener 过程适用于对非单调退化数据建模, 其在数学上表示为

$$X(t) = X_0 + \lambda t + \sigma B(t). \quad (10)$$

式中: λ 为模型的漂移参数, 表征产品的退化率; σ 为扩散参数, 表征产品的共性特征; $B(t)$ 为标准的布朗

运动,表征产品退化的时变不确定性; X_0 为产品初始退化量.

线性 Wiener 过程是一个具有平稳独立高斯增量的过程, $\Delta X(t) = X(t+\Delta t) - X(t)$ 服从正态分布,即 $\Delta X(t) \sim N(\lambda \Delta t, \sigma^2 \Delta t)$. 在实际工程中,即使是同一型号、同一批次的产品,其退化轨迹受工艺和运行环境等因素的影响也不完全相同;其次,产品在退化的过程中存在干扰和随机性.为了进一步描述产品个体差异性和退化过程的随机性,随机化模型的漂移参数和扩散参数可表示为

$$\sigma^{-2} = w \sim Ga(a, b), \lambda | w \sim N(c, d | w). \quad (11)$$

式中: $Ga()$ 为伽马分布; $N()$ 为正态分布; a, b, c, d 为超参数; $w = 1/\sigma^2$.

当产品的退化数据不符合线性 Wiener 过程时,先利用 BCT 变换技术将退化数据线性化,再利用线性 Wiener 过程对产品的退化过程建模.

2.2 剩余寿命分布

为了预测产品的剩余寿命,需要利用产品的已知总体数据建立模型,并推导其剩余寿命分布.更新目标产品的退化数据时,结合贝叶斯定理更新模型的相关参数,实现在线更新目标产品的剩余寿命.当已知产品的失效阈值为 D ,根据 Wiener 过程的性质,文献[21]推导出产品寿命的概率密度函数(PDF)为

$$f(t) = \frac{Db^a \Gamma\left(a + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi t^3(dt+1)} \Gamma(a) \left[b + \frac{(D-ct)^2}{2(dt^2+t)}\right]^{a+\frac{1}{2}}}. \quad (12)$$

假设在获得某个产品在测量时刻 $\{t_0, t_1, t_2, t_3, \dots, t_h\}$ 的退化数据 $X = \{x_0, x_1, \dots, x_h\}$ 后,定义产品在未来 t_h+t 时刻的退化量为

$$x(t_h+t) = \lambda(t_h+t) + \sigma B(t_h+t). \quad (13)$$

当产品的退化量首次达到失效阈值时,其剩余寿命 l_h 可定义为

$$l_h = \inf\{[l_h, x(t_h+l_h) \geq D]\}. \quad (14)$$

根据式(12)和式(14)可推导产品剩余寿命的概率密度函数:

$$f(l_h) = \frac{(D-x_h)b^a \Gamma\left(a + \frac{1}{2}\right)}{\sqrt{2\pi l_h^3(dl_h+1)} \Gamma(a) \left[b + \frac{(D-x_h-cl_h)^2}{2(dl_h^2+l_h)}\right]^{a+\frac{1}{2}}}. \quad (15)$$

2.3 剩余寿命的实时更新

考虑到退化模型参数随机性的影响,在更新目标产品的退化数据后,利用贝叶斯公式更新模型参数,进而更新目标产品的剩余寿命.当获得某一产品的现场退化数据 $X = \{x_0, x_1, x_2, \dots, x_h\}$ 后,超参数的后验估计可由贝叶斯公式推导:

$$\pi(\lambda, w | X) = \frac{L(X | \lambda, w) \pi(\lambda, w)}{\int_0^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} L(X | \lambda, w) \pi(\lambda, w) d\lambda dw}. \quad (16)$$

式中: $L(X | \lambda, w)$ 为极大似然函数; $\pi(\lambda, w)$ 为 λ, w 的联合先验概率密度函数; $\pi(\lambda, w | X)$ 为给定产品历史退化数据的联合后验概率密度函数.其中,联合先验概率密度函数 $\pi(\lambda, w)$ 和极大似然函数 $L(X | \lambda, w)$ 分别表示为

$$\pi(\lambda, w) = \frac{b^a w^{a-0.5}}{\Gamma(a) \sqrt{2\pi d}} \exp\left[-\frac{w(\lambda-c)^2}{2d} - bw\right]; \quad (17)$$

$$L(X | \lambda, w) = \prod_{z=1}^h \frac{w^{1/2}}{\sqrt{2\pi \Delta t_z}} \exp\left[-\frac{w(\Delta X_z - \lambda \Delta t_z)^2}{2\Delta t_z}\right]. \quad (18)$$

式中: $\Delta t_z = t_z - t_{z-1}$; $\Delta X_z = X_z - X_{z-1}$.

利用贝叶斯公式可推导出:

$$\pi(\lambda, w | X) \propto L(X | \lambda, w) \pi(\lambda, w) \propto \exp \left[-\frac{w}{2} \left(\lambda^2 t_h - 2\lambda x_h + \sum_{z=1}^h \frac{\Delta X_z^2}{\Delta t_z} \right) \right] w^{(h+1)/2+a-1} \exp \left\{ -\frac{w}{2} \left[\frac{(\lambda - c)^2}{d} \right] - bw \right\}. \quad (19)$$

根据贝叶斯定理可知:随机参数的共轭先验分布与其后验分布具有相同形式的分布函数,区别只是超参数值的变化.因此,可推导出超参数的后验估计值为

$$\begin{cases} a^* = \frac{h}{2} + a; \\ b^* = b + \frac{c^2}{2d} - \frac{(x_h d + c)^2}{2(t_h d^2 + d)} + \sum_{z=1}^h \frac{\Delta X_z^2}{2\Delta t_z}; \\ c^* = \frac{x_h d + c}{t_h d + 1}; \\ d^* = \frac{d}{t_h d + 1}. \end{cases} \quad (20)$$

根据超参数的后验估计值可推导模型漂移参数和扩散参数的后验分布,进而可推导目标产品剩余寿命的概率密度函数,实现产品剩余寿命的更新.

2.4 模型参数估计

在给定模型的超参数 a, b, c, d 后,即可实时更新预测的剩余寿命分布,本文根据同类型的一批产品的退化数据,采用 EM 算法求解这些超参数的估计值.利用已知的产品退化数据,当给定第 i 个样本对应的 λ_i 和 w_i 时,则第 i 个样本第 j 次测量的退化增量可表示为

$$\Delta x_{i,j} = x_{i,j} - x_{i,j-1} \sim N(\lambda_i \Delta t_{i,j}, \frac{\Delta t_{i,j}}{w_i}). \quad (21)$$

根据 Wiener 过程的性质,退化增量 $\Delta x_{i,j}$ 的条件概率密度函数为

$$f(\Delta x_{i,j} | \lambda_i, w_i) = \frac{w_i^{0.5} \exp \left[\frac{-w_i (\Delta x_{i,j} - \lambda_i \Delta t_{i,j})^2}{2\Delta t_{i,j}} \right]}{\sqrt{2\pi\Delta t_{i,j}}}. \quad (22)$$

对 N 个产品 M 次测量得到退化数据,构造其似然函数为

$$L(\lambda_i, w_i, a, b, c, d) = \prod_{i=1}^N \prod_{j=1}^M \frac{w_i^{0.5}}{\sqrt{2\pi\Delta t_{i,j}}} \exp \left[\frac{-w_i (\Delta x_{i,j} - \lambda_i \Delta t_{i,j})^2}{2\Delta t_{i,j}} \right] \frac{b^a}{\Gamma(a)} w_i^{a-1}. \quad (23)$$

式中: $i=1, 2, \dots, N; j=1, 2, \dots, M; N$ 为产品总数; M 为产品的测量次数.

利用极大似然估计法求参数的估计值:

$$\begin{cases} \psi(\hat{a}) - \ln \hat{a} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \ln w_i + \ln N - \ln \sum_{i=1}^N w_i; \\ \hat{b} = N\hat{a} / \sum_{i=1}^N w_i; \\ \hat{c} = \sum_{i=1}^N w_i \lambda_i / \sum_{i=1}^N w_i; \\ \hat{d} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (w_i \lambda_i^2 - 2\hat{c} w_i \lambda_i + \hat{c}^2 w_i). \end{cases} \quad (24)$$

式中:参数 λ_i 和 w_i 为隐含参数,无法直接给出,本文利用 EM 算法求解.

EM 算法是一种由 E 步和 M 步组成的迭代递归算法,在 E 步中求出包含隐含数据项 $w_i, \ln w_i, w_i \lambda_i, w_i \lambda_i^2$ 的期望,各项的期望值由其统计特性推导得出.

E 步:当已知假定第 k 次迭代后的参数 $\{a_k, b_k, c_k, d_k\}$ 的估计值,则在第 $k+1$ 次迭代后的参数的期望

值为

$$E(w_i) = \left(\hat{a}_k + \frac{M}{2} \right) / \left[\hat{b}_k + \frac{\hat{c}_k^2}{2\hat{d}_k} - \frac{\left(\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta x_{i,j} + \hat{c}_k \right)^2}{2 \left(\hat{d}_k^2 \sum_{j=1}^M \Delta t_{i,j} + \hat{d}_k \right)} + \sum_{j=1}^M \frac{\Delta x_{i,j}^2}{2\Delta t_{i,j}} \right]; \quad (25)$$

$$E(\ln w_i) = \psi \left(\hat{a}_k + \frac{M}{2} \right) - \ln \left[\hat{b}_k + \frac{\hat{c}_k^2}{2\hat{d}_k} - \frac{\left(\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta x_{i,j} + \hat{c}_k \right)^2}{2 \left(\hat{d}_k^2 \sum_{j=1}^M \Delta t_{i,j} + \hat{d}_k \right)} + \sum_{j=1}^M \frac{\Delta x_{i,j}^2}{2\Delta t_{i,j}} \right]; \quad (26)$$

$$E(w_i \lambda_i) = E(w_i) \frac{\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta x_{i,j} + \hat{c}_k}{\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta t_{i,j} + 1}; \quad (27)$$

$$E(w_i \lambda_i^2) = E(w_i) \left(\frac{\left(\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta x_{i,j} + \hat{c}_k \right)^2}{\left(\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta t_{i,j} + 1 \right)} + \frac{\hat{d}_k}{\hat{d}_k \sum_{j=1}^M \Delta t_{i,j} + 1} \right). \quad (28)$$

M 步:将 $w_i, \ln w_i, w_i \lambda_i, w_i \lambda_i^2$ 的期望值代入式(25),利用极大似然函数法求解经过 $k+1$ 次迭代的超参数估计值.

$$\left\{ \begin{array}{l} \psi(\hat{a}_{k+1}) - \ln \hat{a}_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^N E(\ln w_i)}{N} - \ln \frac{\sum_{i=1}^N E(w_i)}{N}; \\ \hat{b}_{k+1} = \frac{N \hat{a}_{k+1}}{\sum_{i=1}^N E(w_i)}; \\ \hat{c}_{k+1} = \frac{\sum_{i=1}^N E(w_i \lambda_i)}{\sum_{i=1}^N E(w_i)}; \\ \hat{d}_{k+1} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [E(w_i \lambda_i^2) - 2\hat{c}_{k+1} E(w_i \lambda_i) + \hat{c}_{k+1}^2 E(w_i)]. \end{array} \right. \quad (29)$$

在上述 M 步的计算过程中,可求得迭代第 k 次的参数与第 $k-1$ 次参数的关系,当迭代参数之间的相对误差之和 ε 都小于指定值,则判定参数收敛,迭代终止.终止准则为

$$\varepsilon = \frac{|\hat{a} - a|}{a} + \frac{|\hat{b} - b|}{b} + \frac{|\hat{c} - c|}{c} + \frac{|\hat{d} - d|}{d}. \quad (30)$$

3 剩余寿命预测流程

基于产品退化数据的剩余寿命预测流程如图 1 所示.剩余寿命预测包括退化数据建模、模型参数估计、模型参数更新和计算剩余寿命分布,其具体流程如下:

步骤一:基于同类产品的退化数据,利用 BCT 变换技术求解最佳参数;

步骤二:基于变换后的退化数据,采用线性 Wiener 过程建立模型,考虑个体差异性和退化时变不确定性,将模型参数随机化;

步骤三:利用 EM 算法求解模型参数,将模型参数作为先验信息,并以此作为贝叶斯滤波技术的初始参数,更新目标产品的退化数据后更新模型;

步骤四:计算目标产品的剩余寿命分布和期望,对比实际剩余寿命.

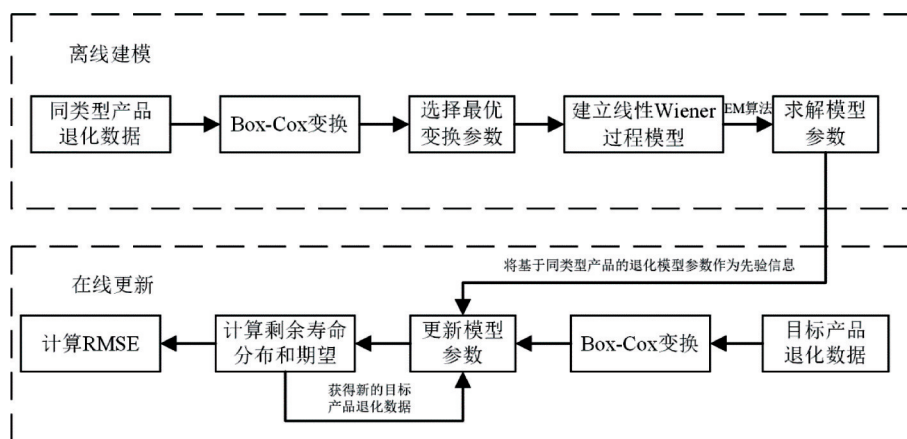


图1 基于产品退化数据的剩余寿命预测流程

4 实例

4.1 电容加速退化数据

采用 NASA 电容数据集验证本文所提模型的有效性,电容加速退化数据如图 2 所示.采用 6 个容值为 2 200 μF 的电解电容作为试验对象,将 6 个电容置于相同的工作环境中进行加速老化试验,测量不同工作时长下的电容值变化,将电容容值作为退化特征,得到 6 组电容的退化数据如图 2a 所示.从电容的退化轨迹可以看出:容值以不同的退化速率衰减,说明同型号的不同电容的退化过程存在差异.由于试验数据测量的时间间隔长,总体数据量少,难以应用于实际工程,因此,本文利用 3 次 Hermite 插值法对实际的老化数据插值拟合.试验中每个电容的观测值为 10 个,将数据插值至 194 个,相邻观测点的间隔时间为 1 h,插值后的数据如图 2b 所示.

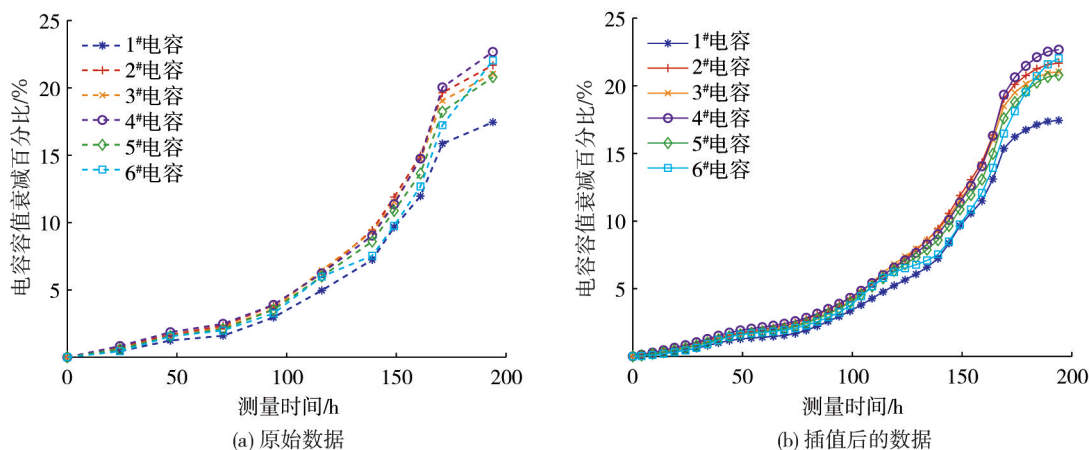


图2 电容加速退化数据

4.2 退化数据线性化

由于电容运行环境的复杂性,电容容值呈现非线性退化的趋势,并不符合线性 Wiener 过程,因此,需要利用 BCT 变换技术先将电容的退化数据线性化.1[#]电容退化数据变换结果如图 3 所示.图 3a 是 1[#]电容利用 BCT 变换技术建立的似然函数与变换参数的曲线,由图 3a 可知:当似然函数取最大数值时,变换参数取得最佳值;图 3b 是 1[#]电容经过 BCT 变换后的退化轨迹,由图 3b 可知:1[#]电容变换后的退化轨迹更接近线性.

为了更直观地评估变换性能,本文引入线性度、Pearson 相关系数和均方误差 (MSE) 共同量化总体电容的退化数据经过 BCT 变换后的准确性,结果如表 2 所示.

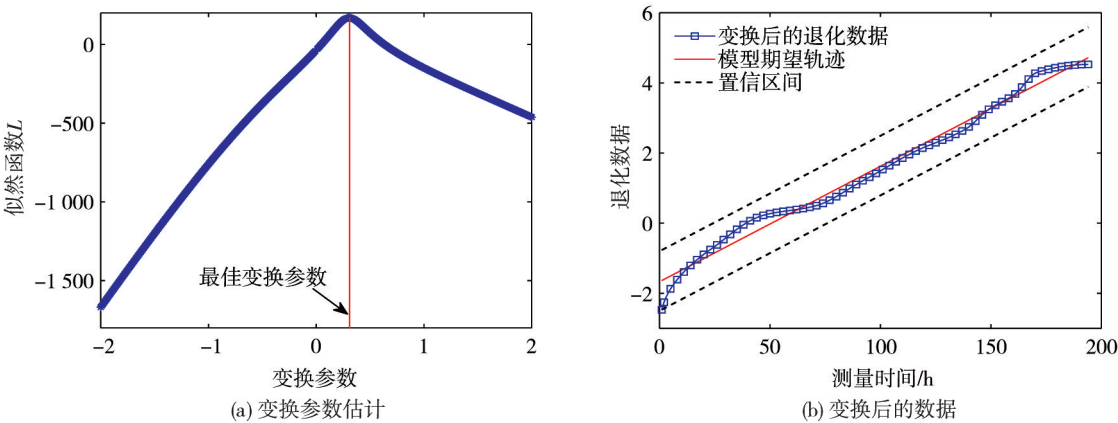


图 3 1[#]电容退化数据变换结果

表 2 电容退化数据得到的变换评价结果

组别	BCT 变换系数	变换前线性度/%	变换后线性度/%	变换前相关系数/%	变换后相关系数/%	变换后的均方误差
1 [#] 电容	0.31	20.68	11.89	92.29	99.21	0.044 6
2 [#] 电容	0.29	20.23	12.85	92.56	99.08	0.044 6
3 [#] 电容	0.31	19.69	12.58	92.97	99.2	0.042 5
4 [#] 电容	0.29	22.16	13.51	91.65	98.81	0.061 3
6 [#] 电容	0.33	25.85	13.77	91.06	98.98	0.076 5

由表 2 可知:5 组电容的加速退化数据经过 BCT 变换后线性度分别提高 8.79, 7.38, 7.11, 8.65, 12.08 个百分点,相关性分别提高 6.92, 6.52, 6.23, 7.16, 7.92 个百分点.线性度和相关程度经过 BCT 变换得到提升,表明 BCT 变换对电容退化数据具有很好的变换效果.为了进一步评价 BCT 变换的性能,本文引入均方误差量化变换的准确性,其公式为

$$\text{MSE} = \frac{1}{h} \sum_{z=1}^h [x_z(v) - F_z].$$

(31)

式中: $x_z(v)$ 为经过变换后的数据; F_z 为线性模型拟合后的数据.

经过变换后的电容退化数据和本文提出模型的均方误差分别为 0.044 6,0.044 6,0.042 5,0.061 3, 0.076 5,进一步表明本文模型的准确性较高,且具有可行性.由表 2 可知:5 组电容退化数据的 BCT 变换系数接近 0.3,为了使总体电容退化数据经过 BCT 变换后仍具有相同的失效阈值,取 5 组电容变换系数的均值 0.31 作为总体电容的最佳变换系数.为了检验 BCT 变换后的电容容值是否符合线性 Wiener 过程,需要检验电容容值的增量.以 1[#]电容为例,1[#]电容容值增量的正态性检验结果如图 4 所示.由图 4 可知:经过 BCT 变换后,电容容值的增量与变换之前相比更加接近线性,且容值增量的分位数与理论正态分布的分位数非常接近,说明经过 BCT 变换后的电容退化数据更加符合线性 Wiener 过程.

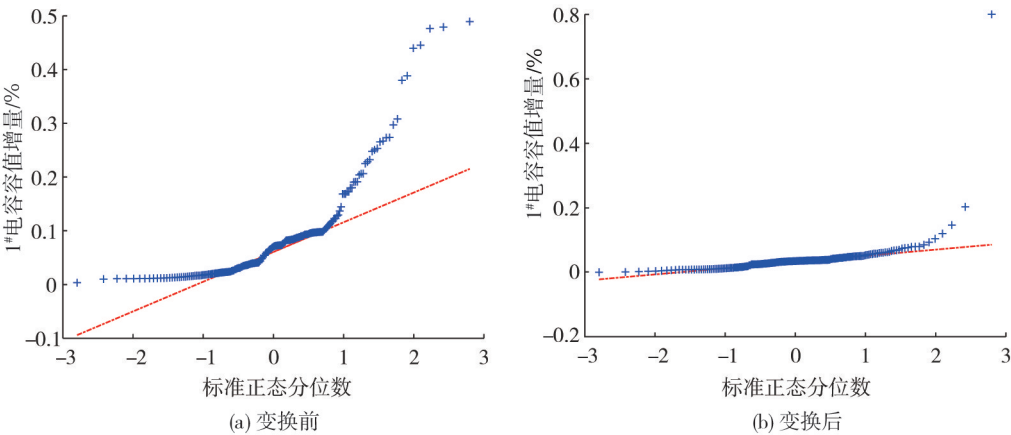


图 4 1[#]电容容值增量的正态性检验

因此,基于 BCT 变换的退化数据可建立线性模型:

$$X_{\text{BCT}} = X_{\text{C}} + \lambda t + \sigma B(t). \quad (32)$$

式中: X_{BCT} 为电容容值经过 BCT 变换后的退化数据; X_{C} 为电容容值经 BCT 变换后的初始退化量。

4.3 参数估计

通过 BCT 技术,将其中 5 组电容的退化轨迹线性化,然后利用线性 Wiener 过程对变换后的电容退化数据建模,利用 EM 算法对模型的超参数进行估计.选用 1[#]~4[#], 6[#]电容的测量数据建立模型,5[#]电容的数据用来验证,终止迭代阈值设为 1×10^{-4} .通过 EM 算法设置模型超参数的不同初始值,经迭代判断参数是否收敛,进而验证算法的有效性.图 5 为模型超参数初值均为 0.01, 0.10 时模型参数的估计结果.由图 5 可知:经过 150 次迭代后模型的超参数收敛,其他赋值情况的结论与此相同,不再赘述.这意味着在随机模型参数赋予不同初始值的情况下,EM 算法的估计结果相同,说明 EM 算法的估计效果不依赖于初始参数的选择,且具有很好的估计效果.最终得到超参数的估计值 $\hat{a} = 6.706\ 2$, $\hat{b} = 0.031\ 5$, $\hat{c} = 0.042\ 7$, $\hat{d} = 5.548\ 8 \times 10^{-6}$.

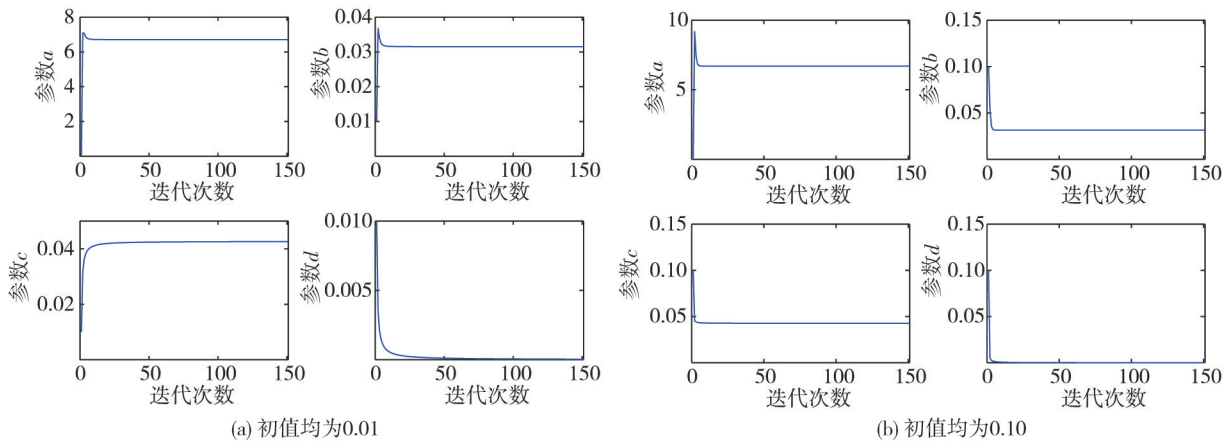


图 5 基于 EM 算法的模型参数估计结果

4.4 剩余寿命预测

将 5[#]电容的退化数据用来验证,当获取 5[#]电容的容值时,利用贝叶斯滤波技术对超参数 a^* , b^* , c^* , d^* 进行实时更新,以实现个体剩余寿命的实时预测.5[#]电容的剩余寿命预测结果如图 6 所示.在初始时刻,由于测量数据较少,其剩余寿命的区间估计较大,随着测量数据的增加,其剩余寿命的区间估计减小,寿命预测的不确定性减小.为了进一步证明本文方法的优越性,以 GAO 等^[22]提出的方法进行对比研究,由于该方法未考虑产品的非线性退化特征,所以预测结果与实际值存在较大误差.将本文提出的方法记为 M0,GAO 等^[22]提出的方法记为 M1,将基于 M0 和 M1 这 2 种方法预测得到的电容剩余寿命进行对比,结果如图 6b 所示.由图 6b 可知:M0 方法的预测效果远胜 M1 方法.

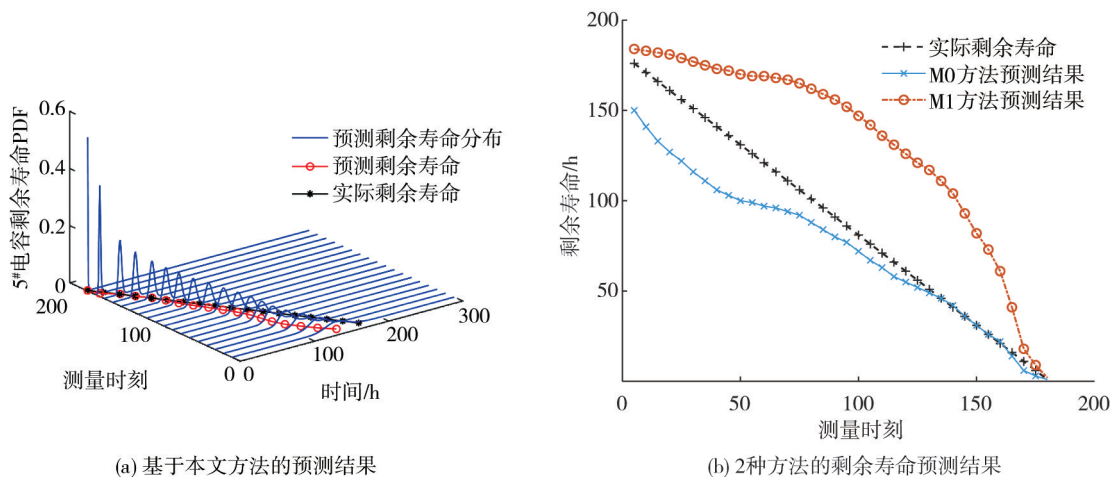


图 6 5[#]电容剩余寿命预测结果

为了进一步描述2种方法的预测精度,选用均方根误差(RMSE)作为评价指标,该指标能很好地表现产品剩余寿命的预测精度和不确定性,计算公式为

$$\text{RMSE} = \frac{1}{h} \sqrt{\sum_{z=1}^h (l_z - l'_z)^2}. \quad (33)$$

式中: l_z 为第 z 测量时刻的实际剩余寿命; l'_z 为第 z 测量时刻的预测剩余寿命; h 为测量次数。

基于2种方法的RMSE如图7所示。由图7可知:在第42次测量时刻之后,M0方法的RMSE明显低于M1方法,M0方法的预测值较M1方法更接近于实际值,且M0方法的总RMSE比M1方法降低了28.626 5%,进一步说明本文方法有效地提高了产品剩余寿命预测的准确性。

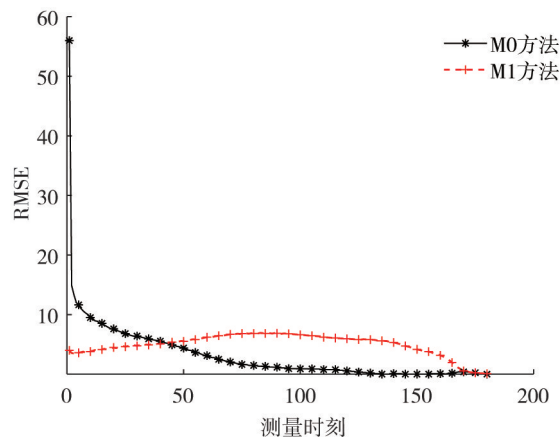


图7 2种方法的RMSE

5 结论

1)针对具有非线性随机退化特征的产品剩余寿命研究中数据线性化处理过程单一、工程应用范围小和缺少剩余寿命分布精确解析解的情况,提出基于Box-Cox变换技术与Wiener过程相结合的产品剩余寿命预测方法。

2)所提方法充分考虑产品退化进程中的非线性、时变不确定性和个体差异性特征,并在NASA电容数据集验证方法的准确性。和传统模型相比,总RMSE降低了28.626 5%,剩余寿命的预测值更接近实际值,为产品剩余寿命预测提供了重要的参考价值。

3)为非线性退化产品提供了一套剩余寿命预测的方法,产品在初始运行阶段的剩余寿命预测结果仍存在误差,后续需要进一步提高产品剩余寿命的预测精度,保障产品在全寿命周期内的可靠运行。

参考文献:

- [1] YANG F F, WANG D, ZHAO Y, et al. A study of the relationship between coulombic efficiency and capacity degradation of commercial lithium-ion batteries[J]. Energy, 2018, 145: 486-495.
- [2] 张妍,王村松,陆宁云,等.基于退化特征相似性的航空发动机寿命预测[J].系统工程与电子技术,2019,41(6): 1414-1421.
- [3] 莫仁鹏,司小胜,李天梅,等.基于多尺度特征与注意力机制的轴承寿命预测[J].浙江大学学报(工学版),2022,56(7): 1447-1456.
- [4] 胡昌华,施权,司小胜,等.数据驱动的使用寿命预测和健康管理技术研究进展[J].信息与控制,2017,46(1): 72-82.
- [5] 王健,孙志礼,于震梁,等.基于支持向量机的机械零件剩余寿命区间估计[J].东北大学学报(自然科学版),2016,37(7): 974-978.
- [6] LIU K L, SHANG Y L, OUYANG Q, et al. A data-driven approach with uncertainty quantification for predicting future capacities and remaining useful life of lithium-ion battery[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(4): 3170-3180.

- [7] 刘文溢,刘勤明,叶春明,等.基于改进退化隐马尔可夫模型的设备健康诊断与寿命预测研究[J].计算机应用研究,2021,38(3):805-810.
- [8] WANG D, YANG F F, TSUI K L, et al. Remaining useful life prediction of lithium-ion batteries based on spherical cubature particle filter[J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2016, 65(6): 1282-1291.
- [9] ZHAI Q Q, YE Z S. RUL prediction of deteriorating products using an adaptive Wiener process model[J]. IEEE Transactions on Industrial Informatics, 2017, 13(6): 2911-2921.
- [10] 姜洋.基于两阶段 Gamma 过程的机械产品剩余寿命预测研究[J].机电工程,2021,38(6):802-806.
- [11] 吕昊,金雄程,林录样.基于 Copula 的车轮 Gamma 退化过程[J].东北大学学报(自然科学版),2021,42(4):544-549.
- [12] 贺志远,吕卫民,胡文林.基于 Wiener 过程和 Kalman 修正的速率陀螺仪剩余寿命预测[J].兵器装备工程学报,2019,40(8):53-58.
- [13] TANG S J, YU C Q, WANG X, et al. Remaining useful life prediction of lithium-ion batteries based on the Wiener process with measurement error[J]. Energies, 2014, 7: 520-547.
- [14] LI T M, PEI H, PANG Z N, et al. A sequential Bayesian updated Wiener process model for remaining useful life prediction[J]. IEEE Access, 2020, 8: 5471-5480.
- [15] 朱晓栋,陈则王.基于维纳过程的电池剩余使用寿命预测[J].机械制造与自动化,2018,47(4):197-200.
- [16] 刘帼巾,李想,王泽,等.基于 Wiener 过程电子式漏电断路器的剩余寿命预测[J].电工技术学报,2022,37(2):528-536.
- [17] ZHANG N, YU C J, XIE F S. The time-scaling transformation technique for optimal control problems with time-varying time-delay switched systems[J]. Journal of the Operations Research Society of China, 2020, 8(4): 581-600.
- [18] WANG X L, BALAKRISHNAN N, GUO B. Residual life estimation based on a generalized Wiener degradation process[J]. Reliability Engineering & System Safety, 2014, 124: 13-23.
- [19] 杨保奎,张建勋,李慧琴,等.基于 Box-Cox 变换与随机系数回归模型的非线性退化设备剩余寿命预测方法[J].航空学报,2023,44(11):199-211.
- [20] 司小胜,胡昌华.数据驱动的设备剩余寿命预测理论及应用[M].北京:国防工业出版社,2016.
- [21] 魏婉梦.基于 Wiener 退化过程的剩余寿命估计[D].南京:东南大学,2018.
- [22] GAO Z, HU Q G, XU X Y. Residual lifetime prediction with multistage stochastic degradation for equipment[J]. Complexity, 2020, 2020: 8847703.