

王甲春,徐心怡,吴洵桢,等.硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力[J].湖南科技大学学报(自然科学版),2025,40(2):28-35.doi:10.13582/j.cnki.1672-9102.2025.02.004

WANG J C, XU X Y, WU X Z, et al. Dry Shrinkage Cracking Resistance of Portland Cement-slag [J]. Journal of Hunan University of Science and Technology (Natural Science Edition), 2025, 40(2): 28-35. doi: 10.13582/j.cnki.1672-9102.2025.02.004

硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力

王甲春*, 徐心怡, 吴洵桢, 马骥

(厦门理工学院 土木工程与建筑学院, 福建 厦门 361024)

摘要: 为了评价硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力,应用环形试验和自由收缩试验进行综合分析.通过环形试样在约束条件下的应力进行理论分析,得到环形试样的截面拉应力和压应力的分布规律,并分析环形试样的尺寸对截面应力的影响.应用环形试验测试硅酸盐水泥-矿渣的干燥收缩应变和开裂时间,同时测试硅酸盐水泥-矿渣的干燥自由收缩率和质量损失率,并以此对硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力进行评价.研究表明:环形试样的厚度会影响试验的灵敏度,试样的厚度越小,灵敏度越高;水胶比较低时,矿渣掺量明显增大才能改善硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力;水胶比不同时,矿渣掺量对自由干燥收缩率和质量损失率的影响规律是一致的.环形试验实现了对试样干燥收缩的约束,测试时间短,能有效评价硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力.

关键词: 硅酸盐水泥;矿渣;干燥收缩;开裂

中图分类号: TU528 文献标志码: A 文章编号: 1672-9102(2025)02-0028-08

Dry Shrinkage Cracking Resistance of Portland Cement-slag

WANG Jiachun, XU Xinyi, WU Xunzhen, MA Ji

(School of Civil Engineering and Architecture, Xiamen Institute of Technology, Xiamen 361024, China)

Abstract: In order to evaluate the anti-drying shrinkage cracking ability of Portland cement-slag, a comprehensive analysis is conducted using ring test and free shrinkage test. Through theoretical analysis of the stress under the constraint conditions of the annular specimen, the distribution laws of tensile and compressive stresses in the cross-section of the annular specimen are obtained, and the influence of the size of the annular specimen on the cross-sectional stress is analyzed. The circular test is applied to test the drying shrinkage strain and cracking time of Portland cement-slag, as well as the drying free shrinkage rate and mass loss rate of Portland cement-slag. Based on this, the anti-drying shrinkage cracking ability of Portland cement-slag is evaluated. The research has shown that the thickness of the annular specimen affects the sensitivity of the annular test, and the smaller the thickness of the specimen is, the higher the sensitivity. When the water cement ratio is lower, the resistance to drying shrinkage cracking of Portland cement-slag can only be improved when the slag content is significantly increased. The influence of slag content on free drying shrinkage rate and quality loss rate is consistent at different water cement ratios. The circular experiment can be effectively used to evaluate the anti-drying shrinkage cracking ability of Portland cement-slag, which realizes the constraint of drying shrinkage

收稿日期: 2022-05-18

修改日期: 2025-02-06

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51878583);福建省自然科学基金资助项目(2019J01864);厦门理工学院研究生创新计划资助项目(YKJXC2023264)

*通信作者, E-mail: wjcx@ sina.com

on the sample with a short testing time.

Keywords: Portland cement; slag; drying shrinkage; crack

随着混凝土技术的不断进步,混凝土材料的抗压强度越来越高,混凝土结构承担外界荷载的能力不断增强,因结构荷载原因造成混凝土结构开裂的现象很少出现,但是,混凝土材料的干燥收缩、温度等非荷载因素造成的混凝土开裂现象不断增加.目前,混凝土结构非荷载开裂问题引起国内外的重视,混凝土的裂缝危害混凝土结构的使用寿命^[1],因此,减少混凝土非荷载裂缝是提升混凝土结构寿命的主要研究方向.混凝土的收缩裂缝尤其是早期裂缝与混凝土所用的胶凝材料相关^[2],主要包括干燥收缩裂缝和自生收缩裂缝等.在选择混凝土胶凝材料体系时,应先评价胶凝材料的抗干燥收缩开裂能力^[3-5].矿渣是高炉炼铁时得到的以硅酸钙为主要矿物成分的熔融物,经水淬冷而成,其主要由 SiO_2 , Al_2O_3 和 CaO 等氧化物组成,以玻璃体为主,具有较高的潜在水硬性,增加矿渣的细度可以提高矿渣的水化活性^[6].中国是目前世界上应用矿渣最多的国家,将矿渣应用在混凝土中,不仅能改善环境和创造经济效益,而且符合低碳可持续发展的要求.硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料的干燥收缩性能直接影响混凝土的早期抗开裂性能^[7-9],实际工程中的混凝土处于约束状态,在约束条件下利用环形试验评价胶凝材料的干燥收缩开裂特性,与实际工况接近,更具有工程意义^[10-12].本文在理论上分析环形试样的受力特点和试样的尺寸参数对抗开裂试验结果的影响,利用环形试验测定硅酸盐水泥-矿渣在约束条件下的干燥收缩发展规律和开裂时间,同时测试硅酸盐水泥-矿渣自由干燥收缩的发展和损失,分析硅酸盐水泥-矿渣的早期干燥收缩抗开裂能力,实现混凝土原材料的优选,减少混凝土结构的早期开裂.

1 试验

1.1 原材料

试验选用北京兴发水泥有限公司生产的拉法基 P · I 42.5 硅酸盐水泥,福建三钢(集团)有限责任公司生产的磨细矿渣粉,比表面积为 $450 \text{ m}^2/\text{kg}$.各种原料的化学成分如表 1 所示,按 Bogue 方法计算得到硅酸盐水泥的矿物组成(质量分数)为 C_3S : 58.1%, C_2S : 22.3%, C_3A : 6.8%, C_4AF : 7.6%.矿渣的结构示意图如图 1 所示,由图 1 可知:矿渣的主体框架是硅氧四面体,其他离子分布其中.矿渣的 X 射线衍射(XRD)结果如图 2 所示.由于矿渣是在高温条件下骤冷,形成大量的玻璃态氧化物,由图 2 可知:矿渣中存在大量的玻璃体,矿物成分主要包括晶体 $\beta\text{-C}_2\text{S}$, C_2AS 和 C_2MS_2 等.

表 1 原材料的化学成分(质量分数)

单位:%

材料	SiO_2	Al_2O_3	CaO	Fe_2O_3	MgO	K_2O	Na_2O	MnO_2	SO_3	烧失量
硅酸盐水泥	23.20	4.75	65.74	3.02	1.83		0.65		2.952	2.97
矿渣	31.57	15.87	37.35		12.01			0.65	2.100	0.50

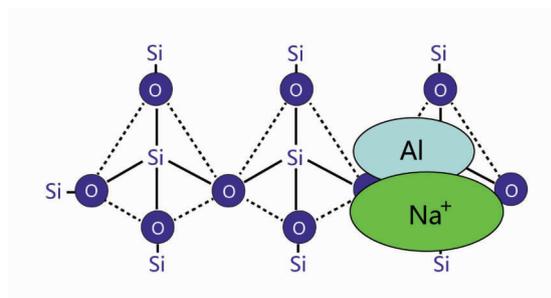


图 1 矿渣的结构

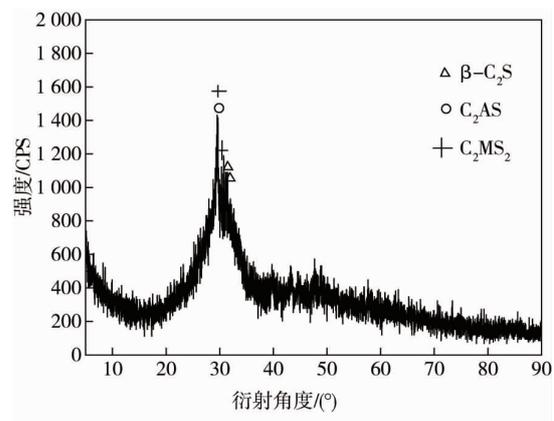
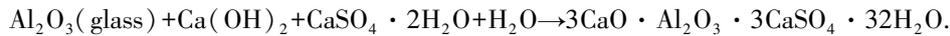
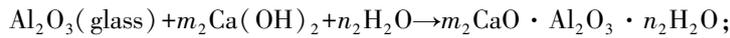


图 2 矿渣 XRD 结果

矿渣在硅酸盐水泥中主要生成水化硅酸钙凝胶和钙矾石,水化反应^[13]为



式中: m_1, n_1, m_2, n_2 为化学计量系数.

根据现实混凝土中矿渣的常用掺量,确定硅酸盐水泥-矿渣的组成如表 2 所示,水胶比为 0.28 和 0.50.

表 2 硅酸盐水泥-矿渣的组成(质量分数) 单位:%

试样	硅酸盐水泥	矿渣
C	100	0
SL20	80	20
SL40	60	40
SL60	40	60

1.2 试验方法

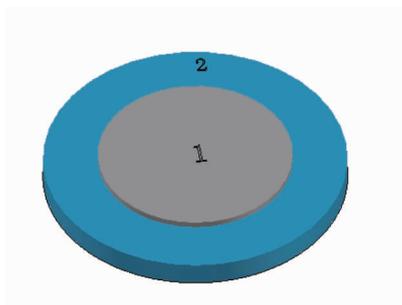
根据《水泥胶砂干缩试验方法》(JC/T 603—2004)进行试样的干燥收缩测试,试样尺寸为 40 mm×40 mm×160 mm,在温度为(20±1)℃,相对湿度≥90%的养护箱里养护 24 h 后,放置在温度为(20±1)℃,相对湿度为(60±5)%的环境里测试,比长仪的测试精度为 0.001 mm.

环形试验使用的钢环的内半径为 41.3 mm,外半径为 66.7 mm,厚度为 25.4 mm,环形试样成型后放在标准养护箱中,温度为(20±1)℃,相对湿度≥90%,养护 24 h 后把电阻式应变片用双组分环氧胶黏结在试样的外侧圆周上,3 h 固结完成后,放在温度为(20±1)℃,相对湿度为(40±1)%的恒湿箱中,利用东华 DH3818 静态应变测试仪进行测试,每隔 10 min 采集 1 次数据.

2 试验分析

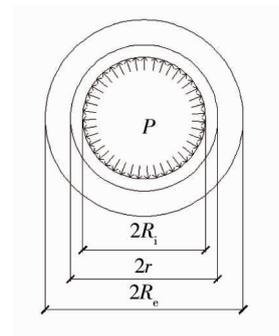
2.1 环形试样的受力特点分析

环形试验中,胶凝材料收缩时受到中间刚体的限制,试样模型如图 3 所示.对试件的径向位移进行限制,相当于试样干燥收缩受限就会受到钢环施加的应力 P 作用在试样内表面上,试样的受力模型如图 4 所示.



1-钢块;2-试样

图 3 试样模型



R_e 为试样的外半径,mm; R_i 为试样的内半径,mm; r 为试样分析处的内半径, $R_i \leq r \leq R_e$; P 为试样收缩受限时作用于试样的应力

图 4 试样受力模型

根据弹性力学理论、轴对称应力的通解、圆环的边界条件以及位移单值条件,试样所受的应力如式(1)和式(2)所示^[14].

$$\sigma_r = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{\frac{R_e^2}{R_i^2} - 1} P; \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta} = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{\frac{R_e^2}{R_i^2} - 1} P. \quad (2)$$

式中: σ_r 为压应力; σ_{θ} 为拉应力.

分析试样尺寸参数对压应力和拉应力的影响,当 r 一定时,令 $n = R_e/R_i$,

$$\text{若 } R_e = R_i = r, n = 1, \sigma_r = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = P, \quad \sigma_{\theta} = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \infty.$$

若 $R_i = r < R_e, n > 1$, 圆环内表面处的应力为

$$\sigma_r = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = P, \sigma_{\theta} = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} P, \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{\theta} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} P = P, \lim_{n \rightarrow 1} \sigma_{\theta} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} P = \infty.$$

圆环内表面处的压应力为 P , 拉应力随着圆环厚度的增大而减小, 最小值为 P , $n \rightarrow 1$ 时, 拉应力无穷大.

若 $R_i < r = R_e, n > 1$, 圆环外表面处的应力为

$$\sigma_r = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = 0, \sigma_{\theta} = \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{2}{n^2 - 1} P, \lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{\theta} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2}{n^2 - 1} P = 0, \lim_{n \rightarrow 1} \sigma_{\theta} = \lim_{n \rightarrow 1} \frac{2}{n^2 - 1} P = \infty.$$

圆环外表面处的压应力为 0, 拉应力随着圆环厚度增大而减小, 最小值为 0, $n \rightarrow 1$, 拉应力无穷大.

若 $R_i < r < R_e$ 时, 则 $1 < \frac{r}{R_i} < n$, 分析圆环内部应力:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 \frac{R_i^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = \frac{R_i^2}{r^2} P;$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{r}{R_i}} \sigma_r = \lim_{R_e \rightarrow r} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = 0;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sigma_{\theta} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\frac{n^2 R_i^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{R_i^2}{r^2} P;$$

$$\lim_{n \rightarrow \frac{r}{R_i}} \sigma_{\theta} = \lim_{R_e \rightarrow r} \sigma_{\theta} = \lim_{R_e \rightarrow r} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{2}{n^2 - 1} P;$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P \right) = \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\frac{n^2 R_i^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P \right) = - \frac{2n}{(n^2 - 1)^2} \left(\frac{R_i^2}{r^2} - 1 \right) P > 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_{\theta}}{\partial n} = \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P \right) = \frac{\partial}{\partial n} \left(\frac{\frac{n^2 R_i^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P \right) = - \frac{2n}{(n^2 - 1)^2} \left(\frac{R_i^2}{r^2} + 1 \right) P < 0.$$

圆环试样中所受的压应力随着 n 的增加而增加, 拉应力随着 n 的增加而减小, 当 n 趋于无穷大时, 压应力和拉应力相等. 试样截面应力随试件厚度的变化 ($R_i = 41.3 \text{ mm}, r = 45 \text{ mm}$) 如图 5 所示. 由图 5 可知: 当 n 增加时, 拉应力下降的幅度较大, 压应力则缓慢增加.

当 n 一定时, $R_i \leq r \leq R_e$, 有

$$\lim_{r \rightarrow R_i} \sigma_r = \lim_{r \rightarrow R_i} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = P;$$

$$\lim_{r \rightarrow R_e} \sigma_r = \lim_{r \rightarrow R_e} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P = 0;$$

$$\lim_{r \rightarrow R_i} \sigma_\theta = \lim_{r \rightarrow R_i} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} P;$$

$$\lim_{r \rightarrow R_e} \sigma_\theta = \lim_{r \rightarrow R_e} \frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P = \frac{2}{n^2 - 1} P;$$

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\frac{R_e^2}{r^2} - 1}{n^2 - 1} P \right) = - \frac{R_e^2}{r(n^2 - 1)} P < 0;$$

$$\frac{\partial \sigma_\theta}{\partial r} = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\frac{R_e^2}{r^2} + 1}{n^2 - 1} P \right) = - \frac{R_e^2}{r(n^2 - 1)} P < 0.$$

试样截面应力随半径的变化($R_i = 41.3$ mm)如图6所示.由图6可知:试样所受的压应力和拉应力随着 r 的增加而下降,且下降的幅度都较大.

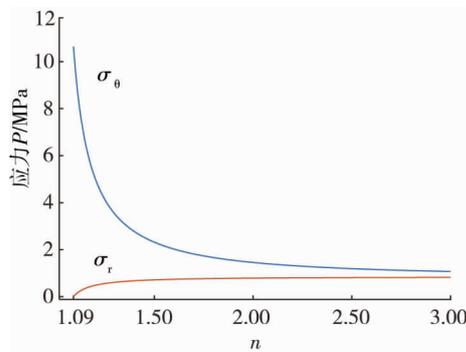


图5 试样截面应力随试样厚度的变化($R_i = 41.3$ mm, $r = 45$ mm, $n \geq 1.09$)

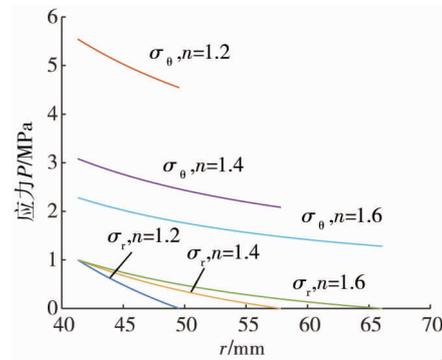


图6 试样截面应力随半径的变化($R_i = 41.3$ mm)

从试样开裂的原理来看,试样所受的拉应力引起试样开裂,试样越厚,即 n 越大时,拉应力越小,则试验所需要的时间越长,或者试样不开裂.因此,试样的厚度不能过大,试样越薄,试验越灵敏,由于试样的均匀性不易控制,试样的 n 应在 1.5 左右.

2.2 矿渣掺量对试样自由干燥收缩的影响

矿渣掺量对试样自由干燥收缩的影响如图7所示.由图7可知:随着龄期的增加,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料试样的干燥收缩值越大.水胶比为 0.28 时,试样的干燥收缩值随着矿渣掺量的增加而增加,当矿渣掺量为 40% 时,试样的干燥收缩应变最大;矿渣掺量为 60% 时,试样的干燥收缩值减小.在水胶比为 0.50 时,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料试样也有同样的规律.这是因为磨细矿渣的火山活性相对较强,一方面磨细矿渣能够参与水化反应生成凝胶类的水化产物,另一方面磨细矿渣的细度比硅酸盐水泥小,矿渣颗粒具有一定的填充作用,同时由于水化产物的填充,使复合胶凝材料体系的毛细孔隙率下降,大孔径数量减少,毛细管力的作用增加.随着矿渣掺量的增加,胶凝材料体系的自由干燥收缩应变增大^[15],当矿渣

掺量达到 60%时,由于过多的矿渣使复合胶凝材料体系的水化能力明显下降,体系的自由干燥收缩应变下降.

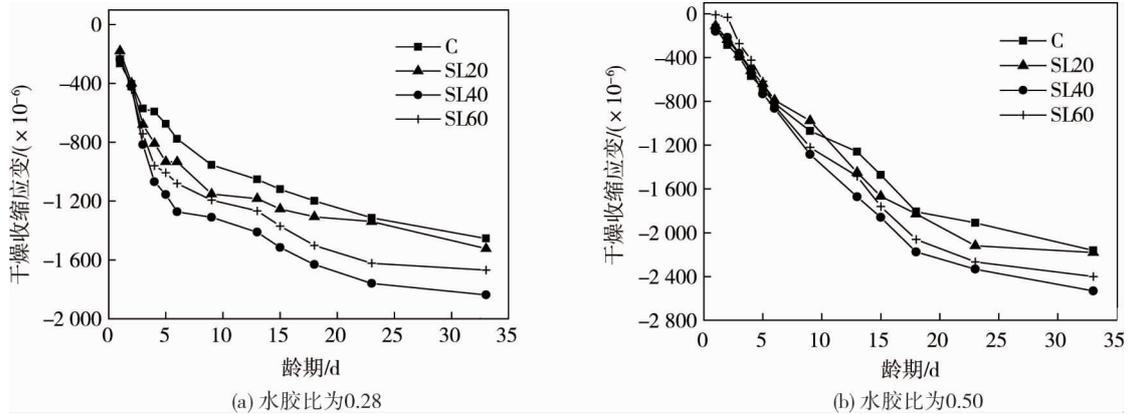


图 7 矿渣掺量对试样自由干燥收缩的影响

2.3 矿渣掺量对试样自由干燥质量损失率的影响

试样相应龄期的质量损失率的计算公式为

$$r_{Loss} = \frac{m_0 - m_t}{m_0} \quad (3)$$

式中: r_{Loss} 为试样龄期为 t 时的质量损失率; m_0 为试样初始测量时刻的质量, g ; m_t 为试样龄期 t 时的质量, g .

根据式(3)计算试样相应龄期的质量损失率,得到矿渣掺量对试样自由干燥质量损失率的影响如图 8 所示.由图 8 可知:矿渣掺量对复合胶凝材料试样质量损失率的影响与对自由干燥收缩应变的影响具有相似性,矿渣掺量为 20%时,试样的质量损失率与硅酸盐体系相近;矿渣掺量为 40%时,质量损失率明显增加;矿渣掺量为 60%时,试样的质量损失率又有一定程度的下降.

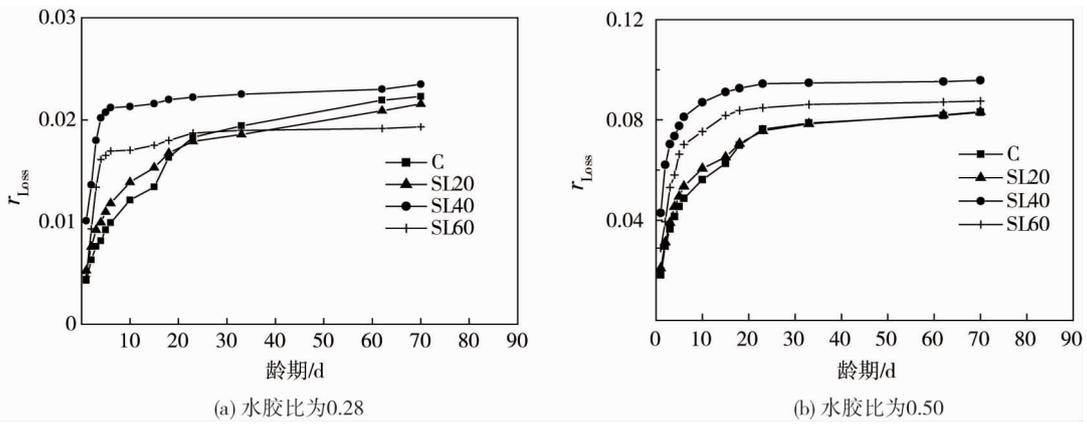


图 8 矿渣掺量对试样自由干燥质量损失率的影响

2.4 矿渣掺量对环形约束试样干燥收缩的影响

矿渣掺量对环形试样干燥收缩的影响如图 9 所示.由图 9 可知:在水胶比为 0.28,矿渣掺量小于等于 40%时,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料试样的开裂时间随着矿渣掺量的增加而下降,此时矿渣增加了复合胶凝材料的开裂能力.矿渣掺量达到 60%时,试样的开裂时间明显增加,超过硅酸盐水泥试样,说明此时矿渣提高了复合胶凝材料的抗开裂能力.在低水胶比条件下,硅酸盐水泥参与水化的部分下降,矿渣细度比硅酸盐水泥的细度要大,此时矿渣掺量的增加,会增加复合胶凝材料体系的密实度,降低毛细孔隙的孔径,而毛细管作用力增加,收缩增大,复合胶凝材料受到增加的约束作用的反力而开裂,与自由收缩是一致的.在水胶比为 0.50 时,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料环形试样的开裂时间随着矿渣掺量的增加而增加.

水胶比较大时,随着矿渣掺量的增加,复合胶凝材料的弹性模量会明显下降,徐变能力增加,约束作用下复合胶凝材料的抗开裂能力增加,与自由收缩不一致.试样的开裂时间如表3所示.由表3可知:在较低水胶比的条件下,提高复合胶凝材料的抗开裂能力需要较大的矿渣掺量.

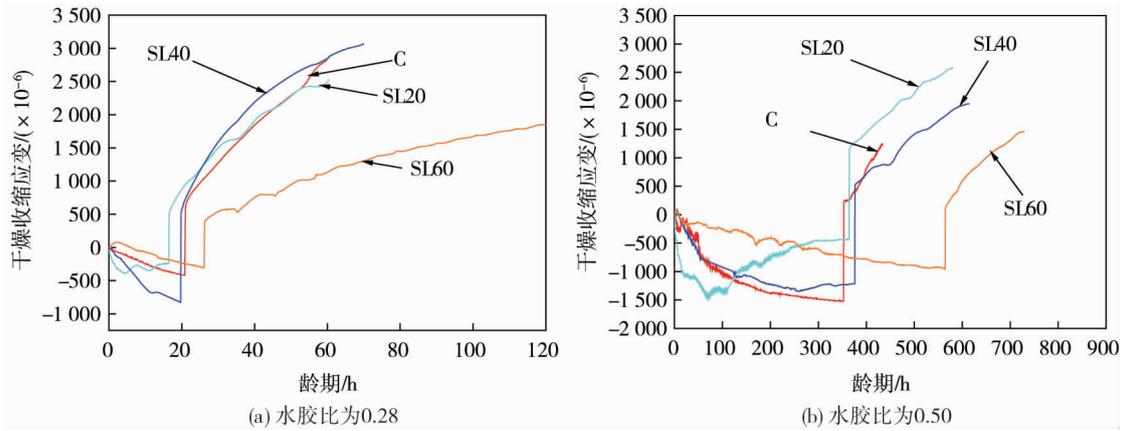


图9 矿渣掺量对环形试样干燥收缩的影响

表3 开裂时间

单位:h

试样	C	SL20	SL40	SL60
水胶比 0.28	20.8	16.5	19.5	26.2
水胶比 0.50	355.8	363.7	378.2	567.1

矿渣对复合胶凝材料的抗干燥收缩开裂性能的改善效果可以用式(4)进行评价.

$$F = \left(\frac{t_{cf}}{t_c} - 1 \right) \times 100\% \tag{4}$$

式中: F 为作用效果因子; t_{cf} 为硅酸盐水泥-矿渣试样的开裂时间,h; t_c 为硅酸盐水泥试样的开裂时间,h.

矿渣掺量对硅酸盐水泥-矿渣抗干燥收缩开裂能力的影响如图10所示.由图10可知:2种水胶比条件下,矿渣掺量小于40%时的抗开裂作用效果都不明显.从抗干燥开裂的角度分析,在低水胶比条件下,少量的矿渣还会产生一定的副作用,因此,矿渣改善复合胶凝材料抗干燥收缩开裂的能力时,矿渣掺量应超过40%.

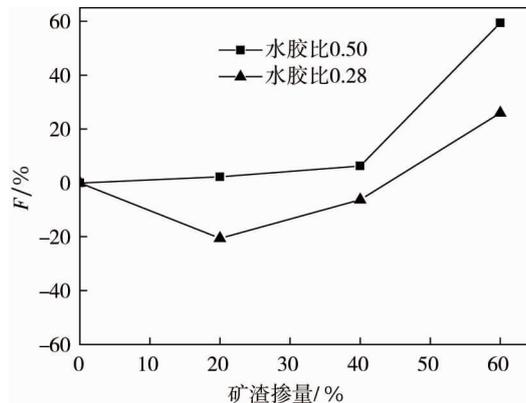


图10 矿渣掺量对抗干燥收缩开裂能力的影响

3 结论

1)当试样厚度一定时,环形试样的截面拉应力和压应力随着半径的增加而减小;当试样半径一定时,截面拉应力随厚度的增加而减小,压应力随厚度的增加而增加.因此,合理的拉应力是试验成功的关键,建议试样外径与内径的比值为1.5左右.

2) 硅酸盐水泥-矿渣试样的自由干燥收缩值和质量损失率随着矿渣掺量的增加而增加,当矿渣掺量为40%时,试样的自由干燥收缩值和质量损失率达到最大,矿渣掺量为60%时,试样的自由干燥收缩值和质量损失率减少。

3) 水胶比为0.28,矿渣掺量小于等于40%时,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料环形试样的开裂时间小于硅酸盐水泥试样,矿渣掺量为60%时,开裂时间明显增加;水胶比为0.50时,硅酸盐水泥-矿渣复合胶凝材料环形试样的开裂时间随着矿渣掺量的增加而增加,矿渣掺量为60%时,开裂时间明显增加。表明矿渣掺量较大时可以提高硅酸盐水泥-矿渣的抗干燥收缩开裂能力。

参考文献:

- [1] OGE M, OZKAN D, CELIK M B, et al. An overview of utilization of blast furnace and steelmaking slag in various applications[J]. *Materials Today: Proceedings*, 2019, 11: 516-525.
- [2] LI G, GUO M. Current development of slag valorisation in China[J]. *Waste and Biomass Valorization*, 2014, 5(3): 317-325.
- [3] 张新鹏,沈明燕,石卫华,等.基于半椭圆锈蚀模型的混凝土保护层锈胀开裂分析[J].*湖南科技大学学报(自然科学版)*,2016,31(1):66-71.
- [4] 梁文泉,王信刚,何真,等.矿渣微粉掺量对混凝土收缩开裂的影响[J].*武汉大学学报(工学版)*,2004,37(1):77-81.
- [5] SULE M, VAN BREUGEL K. Cracking behaviour of reinforced concrete subjected to early-age shrinkage[J]. *Materials and Structures*, 2001, 34(5): 284-292.
- [6] HOSSAIN A B, WEISS J. Assessing residual stress development and stress relaxation in restrained concrete ring specimens[J]. *Cement and Concrete Composites*, 2004, 26(5): 531-540.
- [7] SHAH S P, OUYANG C S, MARIKUNTE S, et al. A method to predict shrinkage cracking of concrete[J]. *ACI Materials Journal*, 1998, 95(4): 339-346.
- [8] XIE T, FANG C, MOHAMAD ALI M S, et al. Characterizations of autogenous and drying shrinkage of ultra-high performance concrete (UHPC): an experimental study[J]. *Cement and Concrete Composites*, 2018, 91: 156-173.
- [9] ZHANG Y D, AFROZ S, NGUYEN Q D, et al. Analytical model predicting the concrete tensile stress development in the restrained shrinkage ring test[J]. *Construction and Building Materials*, 2021, 307: 124930.
- [10] SHH S P, KRGULLER M E, SARIGAPHUTI M. Effects of shrinkage-reducing admixtures on restrained shrinkage cracking of concrete[J]. *ACI Materials Journal*, 1992, 89(3): 289-295.
- [11] WEISS W J, YANG W, SHAH S P. Influence of specimen size/geometry on shrinkage cracking of rings[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2000, 126(1): 93-101.
- [12] LI Z J, QI M, LI Z L, et al. Crack width of high-performance concrete due to restrained shrinkage[J]. *Journal of Materials in Civil Engineering*, 1999, 11(3): 214-223.
- [13] 袁润章.胶凝材料学[M].2版.武汉:武汉工业大学出版社,1996.
- [14] 徐芝纶.弹性力学简明教程[M].北京:高等教育出版社,1984.
- [15] 张永存,李青宁.基于毛细孔张力理论的混凝土干缩模型[J].*湖南科技大学学报(自然科学版)*,2015,30(4):69-73.